

納入開收盤、最高低價的風險值模型

莊益源、邱騰珍、李登賀*

摘 要

文獻上關於風險值的計算，都是以收盤價為基礎來進行。本文首先提出考慮開盤價、收盤價、最高價及最低價等新資訊來計算風險值的模式，並進一步應用於投資組合上。我們設計的方法，是以 Hull and White (1998) 模型為基礎，並藉由開盤價、收盤價、最高價及最低價來更新波動率以計算風險值。然而加入新的資訊是否可以增加風險值模型的績效呢？本文以臺灣集中市場上八支個股與模擬投資組合為對象，實證研究發現納入新的資訊一般而言有助於風險值的績效。

關鍵詞：風險值、開收盤價、最高低價

JEL 分類代號：C52, D81, G32

* 作者分別為中正大學財務金融研究所副教授、台中技術學院財務金融系副教授與中正大學財務金融所碩士。作者們感謝兩位匿名審查委員之精闢評論與寶貴意見，文中若有錯誤，均屬作者之責任。

聯絡作者：邱騰珍。E-mail: janelchiu@ntit.edu.tw。

投稿日期：民國 96 年 2 月 7 日；修訂日期：民國 96 年 8 月 31 日；

接受日期：民國 97 年 4 月 24 日。

1. 前言

風險管理的著眼點主要是在於控制損失而非全能為企業創造利潤，目的是將企業可能遭遇的損失降至可承受的範圍並加以量化呈現且進一步控管。目前廣為應用的風險值（value at risk，簡稱 VaR）即是在此種理念下建議衡量風險的方式和規範。風險值表示在一個預設期間與信賴水準下，投資組合或資產價值於未來一段期間的最大潛在損失；因此風險值乃在於以一個相同單位測度的數值作為下限風險之衡量，提供了比較分析的基礎，也便於跨資產、各部門間進行風險比較或管理與控制。

風險值的計算主要有三種方法，分別為：蒙地卡羅模擬法（Monte Carlo simulation）、變異數-共變異數法（variance-covariance）及歷史模擬法（historical simulation）。以蒙地卡羅模擬法來估算風險值，首先以隨機的方式產生風險因子、價格或報酬在不同情境下的聯合機率分配，再從這些資訊計算投資組合損益的分配，將這些損益排序，就可以計算風險值。蒙地卡羅模擬法通常需要大量的電腦運算時間，但是非常適用於複雜的金融商品，譬如衍生性商品。變異數-共變異數法則假設投資組合價值損益變化的累積機率分配為常態分配，此時以反函數來計算風險值時，可利用封閉解來求得。J. P. Morgan (1996) 所推出的 RiskMetrics 系統，即是以變異數-共變異數法為基準。歷史模擬法是以過去歷史上市場風險變數的分配為樣本，來產生投資組合損益變化的機率分配，並進而計算風險值。其優點是簡單，屬於無母數的方法，因而無需對市場風險變數作任何假設；其缺點主要是歷史資料的選取：若選擇太長的期間為樣本，再給予相等的權重並無法反應市場的變動；但若選取的樣本過短，也容易造成風險值估計的不穩定。Hull and White (1998) 認為許多市場變數的分配具有厚尾現象而非常態分配，因此選擇歷史模擬法來計算風險值有其優勢。Hull and White (1998) 並進一步提出將波

動率改變納入歷史資料報酬率的估算中，以期改善歷史模擬法的績效。Hull and White (1998) 的作法是先利用 GARCH 或 EWMA (exponentially weighted moving average) 所計算之波動率來調整歷史資料報酬率，再依據百分位數求算相對應之信賴水準下的風險值，因此可以視為歷史模擬法的延伸。

適當的波動率估計法及波動預測模型，在風險值估計上也扮演重要的角色。在估計波動率的方法中，比較常見的方式是採用收盤價至收盤價的估計式 (close-close estimator)。此估計式是以每日的收盤價取對數後計算其報酬率，再依據統計模型中對於標準差的定義來作為衡量波動率的代理變數。另一種是極端值估計式 (extreme-value estimator)，此估計式乃是採用每日的開盤價、收盤價、最高價以及最低價等為基礎值，經由各學者們不同的研究，所計算出的變異數或標準差。採用極端值估計法衡量變異數的學者均認為加上開盤價、收盤價、最高價或最低價等資訊較傳統以收盤價為基礎的波動率衡量方法更精確。最早應用此種變異數估計的學者為 Parkinson (1980) 及 Garman and Klass (1980)。Parkinson (1980) 建議在計算波動率時，應該考慮每天的最高價與最低價的資訊；Garman and Klass (1980) 則將 Parkinson (1980) 的公式加以延伸，納入每日開盤價與收盤價的資訊，而以開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎來估計波動率；之後又有學者 Rogers et al. (1994) 提出改善方法，而 Yang and Zhang (2000) 則進一步延伸 Rogers et al. (1994) 的模式並證明其推導的波動率模型所得到的變異數比傳統以收盤價為基礎的變異數估計式更精確，亦比其他相似方法更有效率。

就衡量波動性的技術層面而言，另一種方式可利用變幅 (range) 的觀念當作波動性的代理變數，所謂變幅是指金融資產在某單位樣本區間內 (單位通常是一日)，有價證券對數化最高價與最低價的價差。Alizadeh et al. (2002) 以變幅取代傳統以報酬率為基礎的波動性模型，而提出變幅隨機波動模型 (range-based stochastic volatility model)。其作法乃在一時間區間內取對數化資產價格最高

值與最低值的差距，並將此差距予以對數化，定義其值為對數化變幅。以此種變幅為基準的波動性模型，在參數值的估計上，比傳統報酬率為代理變數的波動性模型，具有較高的效率性。再者，Brandt and Jones (2006) 使用對數變幅的觀念並結合 EGARCH 模型來描述隨機波動性路徑，可以將波動性路徑分解成長期性與短期性的影響，稱做變幅二因子模型。將 EGARCH 模型分別以報酬率及變幅為代理變數的兩種不同情形下，比較以報酬率模型及變幅模型對波動性的估計與預測能力，實證結果顯示，以 EGARCH 變幅模型對波動性的預測能力較優。另一方面，Chou (2005) 更將變幅與 GARCH 模型結合，提出條件自我迴歸變幅模型 (conditional autoregressive range, CARR)，證實變幅是波動性理想的代理變數，亦即變幅在波動性的預測上，相較於一般的 GARCH 模型具有優勢，並在 S&P500 股價指數的實證上獲得支持。

上述幾位學者的研究顯示，將最高、最低價考慮在內的變幅估計值似乎比只包含收盤價的估計值更能正確估計出價格的波動性。然而考慮開盤價、收盤價、最高價及最低價的資訊是否可以增加風險值模型的精確度？文獻上關於這方面的研究是欠缺的。本研究的主要貢獻是運用 Hull and White (1998) 模擬法，並結合開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎的變異數估算式，設計新的風險值估計模式並測試這些納入的資訊是否可以提高風險值評估的精確性。Hull and White (1998) 模型最大的特色是結合 GARCH 模型 (或 EWMA) 與歷史模擬法，將報酬以歷史波動率及最新的波動率預測值加以調整，以期將最新的市場資訊納入模型當中。依據這個特色，本研究進一步利用 Hull and White (1998) 模型來結合極端值變異數估計法，將最新與過去的波動率分別用 Parkinson (1980) 變異數估計式、Garman and Klass (1980) 變異數估計式、Rogers et al. (1994) 變異數估計式與 Yang and Zhang (2000) 變異數估計式衡量之。以上結合的方式，分別依據開盤價、收盤價、最高價及最低價等資訊來調整歷史報酬率，經過調整之後的新報酬序列，再依傳統的歷史模擬

法以百分位數計算風險值。然而在投資組合的風險值計算方面，由於各資產都有其開盤價、收盤價、最高價及最低價，我們是否也可以將這些資訊一併納入以計算風險值？本研究的第二個貢獻是利用 Pearson and Smithson (2000) 與 Dowd (2002) 的建議，設計以歷史模擬的方式，藉由各資產的不同加權與納入開盤價、收盤價、最高價及最低價等資訊調整過的報酬，產生投資組合的報酬，如此一來各資產的新資訊皆包含於投資組合報酬中，進而計算投資組合的風險值。

另一方面，在多日的風險值計算上，務實或文獻研究通常採用時間平方根法則，但所獲得的實證結果常有低估風險值的現象，可能是此法則假設的前提為常態分配，並不適用資產資料為厚尾分配。緣此，本文擬採用 Danielsson and de Vries (1997) 提出的 *alpha-root of time rule* 來衡量多日風險值，此法理論上可以克服時間平方根法則假設常態分配的缺點並能捕捉厚尾尾端的特性。然而文獻上關於這方面的研究極為欠缺，此亦為本研究的目的與貢獻之一。

在實證對象方面，我們以臺灣集中市場上八支個股與模擬投資組合為對象，測試結果顯示，如果持有期間為 1 日，則加入開、收盤價、最高、低價的資訊後，可以提高風險值評估的績效，其中又以 Hull and White (1998) 結合 Yang and Zhang (2000) 的變異數估計式模型為最佳。在持有期間為 5 日之風險值估計上，採用 *alpha-root of time rule* 可以克服多期風險值預測的困難度，並且加入開盤價、收盤價、最高價及最低價的資訊，一般而言對風險值模型的精確性也有所助益。

本文共分為四部份，第二部份為研究模型與方法，介紹不同的變異數估計模型、風險值模型、多日風險值與風險值估計的檢定方法；第三部份為實證分析，比較各模型估計風險值之績效；最後，第四部份為本文的結論與建議。

2. 研究模型與方法

本節我們介紹本文所採用的研究方法，第一子節描述變異數估計方法，我們區分為以收盤價為基礎的變異數估計式，及以開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎的變異數極端值估計法；第二子節介紹風險值模型，分別為歷史模擬法與 Hull and White (1998) 模型，及以變異數為基礎之風險值模型；第三子節為多日風險值，敘述持有多天期風險值的計算方式；第四子節為風險值估計的檢定方法。

2.1 變異數估計模型

傳統上波動率的衡量係以收盤價為基礎，除了以收盤價為基礎的變異數估計式，文獻上也有多位學者提出以開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎的變異數估計式，我們逐一介紹於後。

2.1.1 以收盤價為基礎的變異數估計式

傳統上對於變異數的估計係採用資產的收盤價。在時間點 i ，資產的報酬率 R_i 可以表示如下：

$$R_i = \ln(C_i / C_{i-1}), \quad (1)$$

其中 C_{i-1} 為 $i-1$ 期收盤價， C_i 為 i 期收盤價。使用收盤價估計變異數在使用上非常簡單容易；而主要缺點則是忽略了其他可能增加變異數估計效率的資訊。在以收盤價為基礎的變異數估計上，又可區分為簡單加權移動平均法及指數加權移動平均法，即 EWMA 模型。

a. 簡單加權移動平均法

簡單加權移動平均法為估算資產變異數最簡易且直接的方法，其觀念是不論遠期或近期的資料，皆給與相同的權數來計算報酬率的變異數。資料期間愈長，每一筆資料所佔權數愈小，變異數的估

算也愈穩定。簡單加權移動平均法的估計式如下：

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_{t-i} - \bar{R})^2, \quad (2)$$

其中 R_i 為時間 i 的報酬率， \bar{R} 為過去 n 筆資料期間的平均報酬率。

b. 指數加權移動平均法

以指數加權移動平均法 EWMA 估計變異數，權數會隨時間的不同而改變。近期的市場波動在變異數的預測上具有較大的影響力，因此權數較重；長期的資訊則隨時間的增加，權重呈現指數型態的衰退。這使得指數加權移動平均法，可以捕捉波動率隨時間而改變的特徵並反應波動率群聚的現象。指數加權移動平均法的估計式如下：

$$\sigma_i^2 = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-1}} \sum_{i=1}^n \lambda^{i-1} (R_{t-i})^2, \quad (3)$$

其中 λ 稱為衰退因子， R_i 為時間 i 的報酬率。

2.1.2 變異數極端值估計法

所謂變異數極端值估計法是指採用每日的開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎值，經由各學者們的不同定義下，所計算出的變異數視為波動率。文獻上關於結合開盤價、收盤價、最高價及最低價來計算波動率的方法有 Parkinson (1980)、Garman and Klass (1980)、Rogers et al. (1994) 與 Yang and Zhang (2000) 等。在介紹這些模型之前，我們首先定義一些相關的變數，令 C_0 = 前期收盤價， C_1 = 當期收盤價， O_1 = 當期開盤價， H_1 = 當期最高價， L_1 = 當期最低價；並且定義 O_i 、 U_i 、 D_i 、 C_i 為： $O_i = \ln(O_1/C_0)$ ， $U_i = \ln(H_1/O_1)$ ， $D_i = \ln(L_1/O_1)$ ， $C_i = \ln(C_1/O_1)$ ，以上 i 表示第 i 天。

a. Parkinson (1980) 的估計式

Parkinson (1980) 認為以最高價及最低價為基礎來估計波動率比僅以收盤價為基礎所估算的波動率更加精確，尤其是在研究價格受時間改變而移動的假設上，加入最高價及最低價的資訊更能反應真實的波動率。Parkinson (1980) 變異數， V_p ，之估計式可表示為：

$$V_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{4 \ln 2} (U_i - D_i)^2 \quad (4)$$

Beckers (1983) 針對 208 支股票為對象（取樣期間為 1973 年 1 月 1 日至 1980 年 3 月 31 日），以 Parkinson (1980) 所提出的 (4) 式及傳統以收盤價為基礎的方法分別估算波動率，並進行實證研究比較兩種方法的預測能力。結果驗證 Parkinson (1980) 的估計式，以最高價及最低價所估算的波動率比以收盤價為基礎所估算的波動率更為準確。

b. Garman and Klass (1980) 的估計式

Garman and Klass (1980) 延伸 Parkinson (1980) 的方法，將最高價及最低價納入估算波動率的構想，進一步提出以開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎來估算波動率。Garman and Klass (1980) 的變異數， V_{gk} ，估計式為：

$$V_{gk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{0.511(U_i - D_i)^2 - 0.019[C_i(U_i + D_i) - 2U_i D_i] - 0.383C_i^2\} \quad (5)$$

Garman and Klass (1980) 認為與傳統以收盤價為基礎所估算的波動率相較，(5) 式更具效率。

c. Rogers et al. (1994) 的估計式

Rogers et al. (1994) 也提出以開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎來估算波動率的模型。Rogers et al. (1994) 的變異數估計式，

V_{rs} ，可表示為：

$$V_{rs} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [U_i(U_i - C_i) + D_i(D_i - C_i)] \quad (6)$$

相較於(4)式 V_p 估計式，(6)式 V_{rs} 估計式的特點是： $V_{rs} < V_p$ ，所以一般而言， V_{rs} 優於 V_p 。

d. Yang and Zhang (2000) 的估計式

Yang and Zhang (2000) 探討漂移及開盤價格跳空行為，認為證券在多頭市場時，價格通常呈現上揚的趨勢，漂移及開盤價格跳空行為會較大，而前述之 V_p 、 V_{gk} 以及 V_{rs} 模式卻忽略這些假設，因此，在估計上會產生偏誤。另一方面，Yang and Zhang (2000) 認為 V_p 、 V_{gk} 以及 V_{rs} 法之變異數估計式為算數平均數，係以單一期間為基礎，而傳統以收盤價為基礎的變異數估計式是以多期間為基礎。由於 V_{rs} 優於 V_p ，而 V_{gk} 會高估波動率，因此 Yang and Zhang (2000) 提出以多期間為基礎的 V_{yz} 來改善估計式。Yang and Zhang (2000) 的變異數， V_{yz} ，估計式為：

$$V_{yz} = V_o + kV_c + (1-k)V_{rs} \quad (7)$$

其中 $V_o = \sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 / (n-1)$ ， $V_c = \sum_{i=1}^n (C_i - \bar{C})^2 / (n-1)$ ， $k = (\alpha - 1) / [\alpha + (n+1)/(n-1)]$ 。且 $\bar{O} = (\sum_i O_i) / n$ ， $\bar{C} = (\sum_i C_i) / n$ 。Yang and Zhang (2000) 指出，當 $\alpha = 1.34$ 時， V_{yz} 估計式可以得到估計式的最小變異數，因此比採用收盤價的變異數估計式更為精確。

2.2 風險值模型

2.2.1 歷史模擬法與 Hull and White (1998) 模型

歷史模擬法是利用報酬數列的經驗分配 (empirical distribution)

來計算風險值。其基本假設是資產報酬的過去分配與未來評估期間的分配是一樣，因此可以利用歷史的損益分配模擬預測未來的報酬分配，將歷史報酬由小到大順序排列之後，再依據百分位數求算相對應之信賴水準下的風險值。歷史模擬法的優點是簡單且屬於無母數的模型，因此不需要對資產的報酬作假設，其缺點是無法分辨資料點遠近的重要性，這造成過去的報酬無論時間的久遠，其權重都是一樣的。

Hull and White (1998) 認為許多市場變數的分配具有厚尾現象而非常態分配，因此選擇歷史模擬法來計算風險值有其優勢。Hull and White (1998) 並進一步提出將波動率改變納入歷史資料報酬率的估算中，以期改善歷史模擬法的績效。其做法是先利用 GARCH 或 EWMA 所計算之波動率來調整歷史資料報酬率，再依據百分位數求算相對應之信賴水準下的風險值，因此可以視為歷史模擬法的延伸。波動率反應了風險，每一個時間點，我們都可以計算波動率，然而今天所估計的波動率與過去所計算的波動率在預測的重要性卻有所不同，Hull and White (1998) 模型乃是藉由目前與過去的波動率來調整過去資料點的重要性：如果當前的波動率較大則相對重要性大，如果當前的波動率較小則相對重要性也小，依據這個原則，以最新的波動率為分子，以過去的波動率為分母，將所有的歷史報酬重新調整如下：

$$R_{ij}^* = \frac{\sigma_{nj}}{\sigma_{ij}} R_{ij} \quad (8)$$

其中 R_{ij} 為資產 j 在時間點 t 的歷史報酬率， σ_{ij} 為使用 GARCH 或 EWMA 估計法所得資產 j 在時間點 t 的波動率， σ_{nj} 為資產 j 使用 GARCH 或 EWMA 在 $n-1$ 天時所預測下一期（ n ，即當前的時點）的波動率， R_{ij}^* 為資產 j 更新後之報酬率。有了調整後報酬的時間數列，接下來，我們就可以依據百分位數來求算相對應之信賴水準下

的風險值。

在實證的分析上，Hull and White (1998) 針對 12 種匯率（取樣期間為 1988 年 1 月 4 日至 1997 年 8 月 15 日），以及 5 種股價指數（取樣期間為 1988 年 7 月 11 日至 1998 年 2 月 10 日）進行比較分析歷史模擬法、BRW 法及 Hull and White (1998) 法的績效。¹ 測試結果發現：在 99% 信賴水準下，Hull and White (1998) 法優於 BRW 法；在效率性檢定方面，無論匯率或股價指數，Hull and White (1998) 法均優於 BRW 法；在 Hull and White (1998) 法與歷史模擬法比較下，如果是匯率的資料，Hull and White (1998) 法優於歷史模擬法，但在股價指數方面則出現混合結果。

2.2.2 變異數為基礎之風險值模型

以變異數來估計風險值，資產的波動率或變異數扮演關鍵的角色。波動率的估算是風險值模型的輸入參數，正確的波動率衡量方法可使風險值的估計更為精確。接著，我們介紹以收盤價為基礎值衡量變異數的 EWMA 模型及以開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎值衡量變異數的結合模型。

a. EWMA

採用指數加權平均法 EWMA 是假設報酬分配為條件常態分配，因而持有一天標的資產的風險值為 $VaR_t = Z\sigma_t$ ，其中 σ_t 表由指數加權移動平均法所運算求出的標準差， Z 為常態分配的分位數值。指數加權移動平均法為 J. P. Morgan (1996) 的 RiskMetrics 所採用，通常也作為風險值模型比較的標竿。RiskMetrics 建議 (3) 式參數 λ 值應隨著資料週期而變動，於日資料取 $\lambda = 0.94$ ，歷史資料觀察值長度取 250 天，藉以反應波動群聚與波動性隨著時間調整的現

¹ Boudouth et al. (1998)，此方法與傳統歷史模擬法不同之處，在於改善過去樣本相等權重的缺點，其給予的權重呈指數衰退的形式，目的在於反應不同久遠資料的重要性。

象。

b. Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值估計法

Hull and White (1998) 模型最大的特色是將當前與過去的波動率納入以調整歷史報酬。依據這個特色，本研究進一步將變異數極端值估計法，應用於計算 Hull and White (1998) 風險值模型中當前與過去的波動率，分別為：(1) Hull and White (1998) 模型結合 Parkinson (1980) 變異數模型 ($HW + V_p$)；(2) Hull and White (1998) 模型結合 Garman and Klass (1980) 變異數模型 ($HW + V_{gk}$)；(3) Hull and White (1998) 模型結合 Rogers et al. (1994) 變異數模型 ($HW + V_{rs}$)；(4) Hull and White (1998) 模型結合 Yang and Zhang (2000) 變異數模型 ($HW + V_{yz}$)。

以上結合的方式，各模型依據開盤價、收盤價、最高價及最低價等資訊來調整歷史報酬率，經過調整之後的新變數序列，再依傳統的歷史模擬法以百分位數計算風險值。至於投資組合風險值的計算，各組成資產都有其開、收盤價、最高、低價。為了避免維度的詛咒 (curse of dimensionality)，難以正確地估算具有多種資產的投資組合風險值，本研究運用 Pearson and Smithson (2000) 與 Dowd (2002) 的建議，以歷史模擬的方式，藉由各資產的不同加權產生投資組合的報酬，進而計算投資組合的風險值，其優點是納入整個投資組合的所有資產時，已經將資產間的相關性考量在內。²我們設計的方法如下：假設投資組合包括 N 個資產，資產 j 的權重為 w_j ，令

² 假設有三種資產構成一個投資組合，其投資組合報酬、變異數為 r_p 與 σ_p^2 ，三種資產的個別報酬、變異數為 r_1 、 r_2 、 r_3 與 σ_1^2 、 σ_2^2 、 σ_3^2 ，其式子表示為：

$$r_p = w_1 r_1 + w_2 r_2 + w_3 r_3 \text{ 及 } \sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23}。$$

當我們透過歷史模擬的方式求出投資組合的報酬 r_p ，再利用 r_p 計算變異數，其式子的右邊（彼此的相關性）已經是包含於其中，所以不用重新考慮資產間的相關性。

R_{jt}^* 表示已經納入新資訊後資產 j 更新的報酬，則歷史模擬的投資組合報酬序列 R_t^P 為：

$$R_t^P = w_1 R_{t1}^* + w_2 R_{t2}^* + \dots + w_N R_{tN}^* \quad (9)$$

如此一來，我們可以很便利的將開盤價、收盤價、最高價及最低價等資訊納入歷史模擬的投資組合報酬序列。

2.3 多日風險值

一般在多日風險值的預測上，常使用時間平方根法則，藉由 1 日風險值乘上時間的平方根而求得多日風險值的估計，其數學式為：

$$t\text{-days VaR} = 1\text{-day VaR} \times \sqrt{t} \quad (10)$$

其中 t 為持有期間的天數。此方法的優點是簡單，但所需的假設是報酬率具有相同且為獨立的常態分配，並不適用於財務資料常出現的厚尾情況，因此本文關於多日風險值的預測採用 **alpha-root of time rule**，其中 **alpha** 是指 **Hill 估計式 (Hill's estimator)** 的尾端指數。此估計式是源自於極值理論 (**extreme value theory**) 的概念，著重分配尾端的極端值，而此部分的損失更是風險管理者所重視的。當報酬率的分配 F 屬於厚尾分配時，**De Haan and Stadtmuller (1996)** 證明其尾部分配會趨近於 **Pareto 分配**：

$$F_\alpha(x) = 1 - s^\alpha x^{-\alpha}, x > s \quad (11)$$

其中 s 為門檻值， α 表示尾端指數。**Hill (1975)** 提出將超越門檻值之資料由大到小排序，利用大於門檻值之 k 個順序統計量來估計尾端指數。其估計尾端指數的公式為：

$$\alpha = \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \log \frac{X_{(i)}}{s} \right)^{-1}, \quad (12)$$

其中 $X_{(i)}$ 是由大到小排序的順序統計量： $\{X_1 \geq X_2 \geq \dots \geq X_k \geq s \geq X_{k+1} \geq \dots \geq X_n\}$ ， k 為大於門檻的個數， s 是達到 Pareto 分配的門檻值， n 為樣本數。若選取 s 為 Pareto 分配的門檻值，則不會因所選取的門檻個數太少，而造成尾端指數較大的敏感度；反之，也不會因所選取的門檻個數太多，造成尾端指數偏離正確值的現象。Reiss and Thomas (1997) 建議透過超越門檻個數(k)與尾端指數估計值之關係，找出曲線平穩的區域，以該區域的結束點作為最適門檻值。由於 Pareto 分配具有加法性 (additivity property)，當我們在衡量多天期風險值時，在相同的信賴水準下，並不用重新再估計 Pareto 因素分配之尾端指數，因此而產生了 alpha-root of time rule。alpha-root of time rule 多日風險值的估計式為：

$$t\text{-days VaR} = 1\text{-day VaR} \times \sqrt[t]{t} \quad (13)$$

2.4 風險值估計的檢定方法

衡量模型的精確性，主要是計算風險值在測試期間被實際損失超過的次數是否與預期次數一致。根據國際清算銀行 (Bank of International Settlement, BIS) 1996 年頒行的巴塞爾資本協定 (Basle Capital Accord, BCA)，建議以回溯測試 (backtesting) 來驗證風險值估算模型的準確性，比較其實際損失超過所估算風險值的次數，亦即計算風險值模型的失敗比率 (uncovered loss ratio, ULR) 與信賴水準趨近程度；或者進一步以統計上的驗證方式來比較，我們分別介紹於後。

2.4.1 失敗比率

根據 BIS 的定義，將估計的風險值直接和實際的損益作比較，若實際的損益超過了風險值就記為一個離位點 (outlier)，再將此離位點相加可以得到測試期間累積的離位點。累積離位點可以探討模

型預測的保守性問題，如果累積離位點過低表示該模型過於保守，但因資產資料的估計天數不同，單純累積離位點的比較並無參考價值。若將累積離位點除以風險值測試的天數 n 即為失敗比率：

$$ULR = \frac{1}{n} \sum_i \begin{cases} 1, & \text{if } R_t < VaR_t \\ 0, & \text{if } R_t \geq VaR_t \end{cases} \quad (14)$$

當 ULR 越低，表示模型的估計越保守； ULR 越高，則表示模型低估風險值，此兩者都表示模型無法掌握實際的失敗次數。準確的風險值模型，其 ULR 應該越接近所預設的失敗機率 α （即 $1 - \text{信賴水準}$ ）。

2.4.2 失敗比率檢定法

失敗比率檢定法可分為三方面。 LR_{uc} 檢定由 Kupiec (1995) 提出，藉由統計技術來評估風險值衡量模型的精確性。這方法是將離位點視為一個獨立的伯努力事件，若實際損益超過預測的風險值則視為失敗，反之則視為成功。在成功機率為信賴水準下，失敗機率為 p ，我們觀察 n 天的測試期，令 x 表示這段時間的失敗次數，則此隨機變數服從二項分配，其機率密度函數可表示為：

$$\Pr_{bin}(n, x) = \binom{n}{x} (1-p)^{n-x} p^x \quad (15)$$

假設實際的失敗比率為 $\hat{\alpha}$ ， $\hat{\alpha} = x/n$ ，而虛無假設 $H_0 : \hat{\alpha} = \alpha$ 表示風險值的估計是正確的。則檢定的統計量， LR_{uc} ，服從自由度為 1 的 χ^2 分配，可表示為：

$$LR_{uc} = -2 \log[(1-p)^{n-x} p^x] + 2 \log[(1-\hat{\alpha})^{n-x} \hat{\alpha}^x] \quad (16)$$

在設定的信賴水準下，當 LR_{uc} 大於臨界值，則該虛無假設會被拒絕；若 LR_{uc} 小於臨界值，則無法拒絕虛無假設，表示該模型估計能滿足該信賴水準下的要求。

以上的 LR_{uc} 測試，因為是考慮整個測試期間的離位點，又稱為

無條件之測試 (unconditional test)。然而，離位點可能有集中的現象，換句話說，離位點並非獨立的，此種情況也表示風險值模型無法真正捕捉市場的波動情況。關於這方面的評估，可以進一步從獨立性與條件性的觀點加以檢定，此又稱為區間預測 (interval forecasts)，由 Christoffersen (1998) 所提出，簡稱為 LR_{cc} 。其步驟是先計算累積離位點 I_{mt} ：

$$I_{mt} = \sum_t \begin{cases} 1, & \text{if } R_t < \text{VaR}_t \\ 0, & \text{if } R_t \geq \text{VaR}_t \end{cases} \quad (17)$$

以上的 I_{mt} 數列具有無條件覆蓋 (unconditional coverage) 和數列獨立的特性，故須以具有兩種特性的檢定法檢定。Christoffersen (1998) 所提出的 LR_{cc} 檢定法乃結合 LR_{uc} 及 LR_{ind} 統計量，其中前述之 LR_{uc} 即為無條件覆蓋的檢定法，而數列獨立的檢定可以 LR_{ind} 檢定法檢定之。Christoffersen (1998) 證明，在對立假設下的概似函數為：

$$L_A = (1 - \pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} (1 - \pi_{11})^{T_{10}} \pi_{11}^{T_{11}}, \quad (18)$$

其中 T_{ij} 表示上一期是 i ，本期是 j 的總次數，而 π_{ij} 表示：

$$\pi_{01} = \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}}, \quad \pi_{11} = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}},$$

在虛無假設成立之下 (即 I_{mt} 無數列相關)， $\pi_{01} = \pi_{11} = \pi$ ：

$$L_0 = (1 - \pi)^{T_{00} + T_{10}} \pi^{T_{01} + T_{11}}, \quad (19)$$

其中 $\pi = (T_{01} + T_{11}) / n$ ， n 為測試期間。檢定 I_{mt} 是否為數列相關的檢定統計量為：

$$LR_{ind} = 2(\log L_A - \log L_0). \quad (20)$$

條件覆蓋檢定 (conditional coverage) 的定義為： $LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$ ，故 LR_{cc} 檢定的統計量服從自由度為 2 的 χ^2 分配。在信賴水準下，當 LR_{cc} 大於臨界值，則該虛無假設會被拒絕；若 LR_{cc} 小於臨界值，則無法拒絕虛無假設，表示該模型估計能滿足信賴水準下的要求。

3. 實證結果與分析

3.1 資料選取與敘述統計分析

在實證方面，本研究主要以臺灣集中市場八個上市公司股價及此八個上市公司模擬投資組合為研究對象，八個上市公司分別為水泥類股的台泥、食品類股的統一、塑膠類股的南亞、紡織類股的遠紡、鋼鐵類股的中鋼、電子類股的鴻海、飛瑞，與金融類股的彰銀，此八檔個股具有台灣集中市場主流類及傳統類的兩大特性。樣本期間自 88 年 8 月 1 日至 93 年 7 月 31 日，樣本資料來源為台灣經濟新報資料庫。

首先，我們針對所取得的樣本資料進行簡單的敘述統計分析，結果陳列於表 1。由表中顯示八種個股日報酬率之偏態係數，除了統一外，其他股價報酬的偏態係數皆大於 0；而峰態係數除了台泥與遠紡之外，其餘者的峰態係數皆大於常態分配的係數 3。同時經由 Jarque-Bera 之常態分配檢定統計量，發現統一、南亞、中鋼、鴻海、飛瑞及彰銀其統計量之 p 值皆小於 0.05，表示這六家股價報酬不符合常態分配的假設。至於表中的 Ljung-Box 統計量，可以看出鴻海、飛瑞之股價報酬 Q 統計量顯示存在序列相關的現象，但是所有八家個股股價報酬平方的 Q^2 統計量皆顯示報酬率的分配屬於來自變異數異質的分配，其報酬率波動具有叢聚的現象。

表 1 八檔個股實際報酬率之基本統計資料

	台泥	統一	南亞	遠紡	中鋼	鴻海	飛瑞	彰銀
平均值	-0.0001	-0.0002	0.0004	-0.0004	0.0003	0.0004	-0.0003	-0.0005
標準差	0.0309	0.0248	0.0243	0.0330	0.0201	0.0262	0.0280	0.0285
偏態	0.0698	-0.0005	0.0244	0.0285	0.2383	0.0919	0.1121	0.1695
峰態	2.9869	3.7336	4.0040	2.7266	4.8028	3.5847	3.2773	3.3808
Jarque-Bera	1.0441 (0.5933)	27.9813 (0.0000)	52.7115 (0.0000)	4.2449 (0.1197)	182.2448 (0.0000)	19.4982 (0.0001)	6.5606 (0.0376)	13.5073 (0.0012)
Q	27.1129 (0.1321)	28.2081 (0.1046)	20.9896 (0.3977)	30.5686 (0.0611)	26.3743 (0.1538)	48.9578 (0.0003)	44.6286 (0.0012)	12.3565 (0.9033)
Q^2	197.6480 (0.0000)	260.5337 (0.0000)	276.7988 (0.0000)	129.9842 (0.0000)	97.4959 (0.0000)	246.9524 (0.0000)	148.2776 (0.0000)	152.5391 (0.0000)

註：Jarque-Bera 檢定樣本是否為常態分配，Ljung-Box 檢定資料是否具有序列相關現象，落後期數為 20 天，括號內為統計量之 p 值。

3.2 持有期間為 1 日之風險值實證結果

本研究主要是設計新的風險值模型 – Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值估計法，並與 EWMA 以及 Hull and White (1998) 模型進行比較，檢視加入開盤價、收盤價、最高價及最低價等資訊對於風險值估計之績效是否有改善。除了 Hull and White (1998) 的原始模型，我們以 J. P. Morgan (1996) 的 EWMA 為比較標竿，因此，本文之實證模型總共有六種，分別為：(1) EWMA 法；(2) HW：即 Hull and White (1998) 模型；(3) $HW + V_p$ ：Hull and White (1998) 結合 Parkinson (1980) 變異數的模型；(4) $HW + V_{gk}$ ：Hull and White (1998) 結合 Garman and Klass (1980) 變異數的模型；(5) $HW + V_{rs}$ ：Hull and White (1998) 結合 Rogers et al. (1994) 變異數的模型；(6) $HW + V_{yz}$ ：Hull and White (1998) 結合 Yang and Zhang (2000) 變異數的模型。模型 (1) 與 (2) 是以收盤價為基礎的風險值模型。其餘

的模型是以開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎的風險值模型。在風險值的估計上，移動窗口及衰退因子的選擇會直接影響風險值評估的精確性，本文比較的移動窗口分別為 250 與 500 天，而衰退因子的選擇方面，則採用 RiskMetrics 的建議值，即 $\lambda = 0.94$ 。

在估計風險值上，我們選用八家個股股價報酬與此八家個股股價報酬視為投資組合分別在信賴水準 95%、98%與 99%之下計算風險值並進行回饋測試。投資組合則是運用 Pearson and Smithson (2000) 與 Dowd (2002) 所提出歷史模擬的方式，以隨機產生 50 組的權重，每組權重分別乘以資產的歷史報酬資料（或調整過的歷史報酬），再將其加總，進而得到投資組合的歷史報酬分配（或調整過的歷史報酬），再將此投資組合的分配視為單一資產，進行各模型的風險值計算。

關於八家個股估計一日風險值的實證結果彙整於表 2、表 3 與表 4，投資組合實證結果的統計量繪圖於圖 1 至圖 6。準確的風險值模型，其失敗比率應該越接近所預設的失敗比率，即 $(1 - \text{信賴水準})$ 。 LR_{uc} 與 LR_{cc} 項目中所陳列的是失敗比率檢定統計量的 p 值，若 LR_{uc} 統計量的 p 值小於 0.05，則表示該模型不能滿足該信賴水準下正確估計風險值的虛無假設；同樣地，若 LR_{cc} 統計量的 p 值小於 0.05，則表示該模型不能滿足該信賴水準下捕捉條件報酬率的特性；兩者統計量 p 值愈大代表該模型績效愈佳。至於投資組合以箱型圖方式便於分析比較，³分析以該圖形中圓點為統計量的平均數為主。

首先分析 95%信賴水準之下的實證結果。表 2 顯示，以移動窗口為 250 天而言，EWMA 的失敗率相較於 Hull and White (1998) 模型與 Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值法皆呈現較不接近 5% $(1 - \text{信賴水準})$ 的現象（除了鴻海之外），表示該模型比其他模型有低估（台泥、統一、南亞、遠紡、飛瑞及彰銀）或高估（中

³ 請參考 Hendricks (1996)。箱型圖由四分位數繪製而成，圖中的圓點是統計量的平均數，箱型圖中的線分別為 lower quartile、中位數與 upper quartile，鬚 (whisker) 是 1.5 分位數。

鋼) 風險值的情形。Hull and White (1998) 模型在八家個股的失敗率皆有不錯的表現，至於 Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值法，其四個結合模型表現皆比 EWMA 佳，其中 Hull and White (1998) 結合 Garman and Klass (1980) 變異數模型與 Hull and White (1998) 結合 Yang and Zhang (2000) 變異數模型，除了遠紡之外，其餘七家個股的表現更勝於 Hull and White (1998) 模型，而 Hull and White (1998) 結合 Parkinson (1980) 變異數模型及 Hull and White (1998) 結合 Rogers et al. (1994) 變異數模型兩個模型與 Hull and White (1998) 模型旗鼓相當。在投資組合方面，由圖 1-(a) 顯示，六種模型失敗率的平均數距離 5% 的預設失敗率皆不會非常偏離，EWMA 與個股的表現相似，稍有低估風險值的現象，但不嚴重。而六種模型中以 Hull and White (1998) 結合 Garman and Klass (1980) 變異數模型的失敗率平均數幾乎等於預設的失敗率 5%，表現最優異，另外其他三個結合模型的表現與 Hull and White (1998) 模型差不多，也是非常的好。

若以失敗比率檢定統計量 LR_{uc} 檢定該模型是否正確估計風險值而言，除了 EWMA 模型中個股的遠紡及中鋼的統計量 p 值小於或等於 0.05，其餘模型的統計量 p 值皆顯著大於 0.05，表示此六種模型在估計風險值的正確性上，有很好的表現；其中以 Hull and White (1998) 結合 Yang and Zhang (2000) 變異數模型的統計量 p 值最顯著，表現最優異。

在投資組合方面，由圖 3-(a) 所示，六種模型 LR_{uc} 檢定統計量的 p 值平均數皆非常顯著大於 0.05，所以此六種模型在估計風險值的正確性上，不管是個股或投資組合皆有很好的表現，尤其 Hull and White (1998) 模型與 Hull and White (1998) 結合 Yang and Zhang (2000) 變異數模型更是出色。再者，觀看表 2 之 Panel A 捕捉條件報酬率的 LR_{cc} 統計量，整體而言，除了台泥在四種 Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值模型中呈現非常顯著之外，六種模型其統計量 p 值幾乎小於 0.05，顯示此六種模型在 95% 信賴水準較不

能捕捉條件異質變異數的特性。而圖 5 投資組合的實證結果，除了 EWMA 外，也有類似的情況。如果移動窗口增加為 500 天，其個股失敗率和兩種失敗比率檢定法的實證結果與移動窗口為 250 天者相似，遠紡、中鋼、鴻海與彰銀在四種 Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值模型中，其失敗率和 LR_{uc} 檢定表現優於 Hull and White (1998) 模型，而 LR_{cc} 統計量在各種模型也仍較為不顯著。在投資組合方面，在 95% 信賴水準與移動窗口為 500 天之下，由圖 2-(a) 與 4-(a) 所呈現，除了 EWMA 之外，其餘五個模型的表現一樣是非常好，其中又以 Hull and White (1998) 結合 Parkinson (1980) 變異數的模型與 Hull and White (1998) 結合 Rogers et al. (1994) 變異數的模型為最佳。

表 3 與表 4 分別為個股信賴水準 98% 與 99% 之回饋測試實證結果。表 3 與表 4 顯示，在兩個信賴水準與兩個移動窗口之下，EWMA 模型在相較之下，不管是失敗率或 LR_{uc} 檢定皆顯示此模型的表現相對較差；而在信賴水準 98% 及移動窗口為 250 天的情況，其四種 Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值模型之個股與投資組合（由圖 1-(b)，圖 3-(b)）的失敗率或 LR_{uc} 檢定比 Hull and White (1998) 模型表現稍微遜色；但在移動窗口為 500 天的情形，其中 Hull and White (1998) 結合 Garman and Klass (1980) 變異數模型與 Hull and White (1998) 結合 Yang and Zhang (2000) 變異數模型，除了南亞、中鋼及飛瑞之外，其餘個股失敗率或 LR_{uc} 檢定的表現更勝於 Hull and White (1998) 模型；投資組合由圖 2-(b) 及圖 4-(b) 所示，Hull and White (1998) 模型與四種結合模型之失敗率或 LR_{uc} 檢定統計量平均數的表現仍非常理想。另外，在信賴水準 99% 及兩個移動窗口之下，由個股失敗率或 LR_{uc} 檢定之表現，更突顯四種結合模型的優勢，可能是高信賴水準著重在極端部分，而四種結合模型將極端值部分之最高價及最低價資訊納入的特色因而呈現，尤其 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數模型的表現更是突出。

反觀個股 LR_{cc} 檢定的實證結果，各種模型表現皆比在信賴水準

95% 之下改善許多。六種模型在高信賴水準 99% 及兩個移動窗口之下，其 LR_{cc} 統計量的 p 值大部分大於 0.05，也就是六種模型能解釋厚尾的現象，在越接近尾部的高信賴水準，風險值估計的績效愈好；換言之，六種模型在高信賴水準 99% 之下，除了正確估計風險值外，同時也能捕捉報酬率條件異質的特性；而整體來看，又以 Hull and White (1998) 法結合 Garman and Klass (1980) 變異數模型與 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數模型 LR_{cc} 統計量之 p 值明顯大於 0.05 甚多，顯示此兩種模型績效優異。投資組合在 98%、99% 信賴水準的實證結果，由圖 5-(b)、(c)，圖 6-(b)、(c) 顯示，與個股的表現相似，六種模型能正確估計風險值並同時具備捕捉報酬率條件異質的兩大特性。

3.3 持有期間為 5 日之風險值實證結果

我們由前述實證結果，得知並非所有報酬資料皆具有相同且為獨立的常態分配，某些資產資料具有厚尾的特徵，因此本子節將以時間平方根法則與 alpha-root of time rule 估計持有期間為 5 日之風險值，藉以分析比較六種模型表現，實證的對象同樣包括个股及投資組合。持有期間為 5 日之个股風險值的實證結果陳列於表 5、表 6 與表 7，投資組合之風險值的實證結果繪圖於圖 7 至圖 10。由表 5 至表 7 可知，除了信賴水準 95% 之下的遠紡、統一外，一般而言六個模型在三個信賴水準使用 alpha-root of time rule 衡量的失敗率比使用時間平方根法則更接近(1 - 信賴水準)，⁴ 顯示使用 alpha-root of time rule 衡量多日風險值可以改善預測多日風險值的困難度，此實證結果在投資組合（圖 7 至圖 10）也再一次獲得驗證。由表 5 至表 7 可知，EWMA 模型在估計三個信賴水準的五日風險值普遍有低估現象，而四種結合模型的失敗率在 95% 與 98% 的信賴水準下，

⁴ 計算多日報酬時，有資料重疊的效果，每筆多日報酬並非獨立，不符合失敗比率檢定法假設每日風險值與每日損益皆為序列獨立，因此我們僅以失敗率評估其績效。

表 2 六種風險值模型單日 95% 信賴水準風險值回饋測試結果彙總表

	台泥	統一	南亞	遠紡	中鋼	鴻海	飛瑞	彰銀
Panel A Window size=250								
EWMA								
失敗率(%)	5.80	5.40	5.30	6.78	3.73	5.01	5.50	5.50
LR_{nc}	0.26	0.56	0.66	0.01	0.05	0.99	0.47	0.47
LR_{cc}	0.04	0.21	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.03
HW								
失敗率(%)	5.30	5.01	5.40	5.21	4.62	4.42	5.21	4.52
LR_{nc}	0.66	0.99	0.56	0.76	0.57	0.39	0.76	0.47
LR_{cc}	0.01	0.00	0.00	0.00	0.02	0.03	0.00	0.01
$HW+V_p$								
失敗率(%)	5.60	5.21	5.40	5.80	5.60	5.21	5.11	5.21
LR_{nc}	0.39	0.76	0.56	0.26	0.39	0.76	0.87	0.76
LR_{cc}	0.22	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.02
$HW+V_{ek}$								
失敗率(%)	5.11	5.01	5.30	5.80	5.50	5.01	5.11	5.11
LR_{nc}	0.87	0.99	0.66	0.26	0.47	0.99	0.87	0.87
LR_{cc}	0.17	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
$HW+V_{rs}$								
失敗率(%)	5.21	5.21	5.21	5.80	5.70	5.40	5.30	5.11
LR_{nc}	0.76	0.76	0.76	0.26	0.32	0.56	0.66	0.87
LR_{cc}	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01
$HW+V_{yz}$								
失敗率(%)	4.91	4.91	5.21	5.40	5.21	5.11	4.91	5.01
LR_{nc}	0.90	0.90	0.76	0.56	0.76	0.87	0.90	0.99
LR_{cc}	0.12	0.01	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01
Panel B Window size=500								
EWMA								
失敗率(%)	5.60	5.21	4.95	6.25	2.99	5.21	5.08	4.69
LR_{nc}	0.45	0.79	0.95	0.13	0.01	0.79	0.92	0.69
LR_{cc}	0.02	0.06	0.03	0.00	0.00	0.06	0.00	0.58
HW								
失敗率(%)	5.21	4.69	4.82	4.43	3.65	5.86	4.30	4.17
LR_{nc}	0.79	0.69	0.82	0.46	0.07	0.29	0.36	0.28
LR_{cc}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.01	0.00	0.47
$HW+V_p$								
失敗率(%)	4.43	5.60	4.30	4.95	4.43	4.69	3.52	4.69
LR_{nc}	0.46	0.45	0.36	0.95	0.46	0.69	0.05	0.69
LR_{cc}	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.08	0.00	0.02
$HW+V_{ek}$								
失敗率(%)	4.69	5.60	4.30	5.21	4.69	4.82	3.65	4.69
LR_{nc}	0.69	0.45	0.36	0.79	0.69	0.82	0.07	0.69
LR_{cc}	0.08	0.01	0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	0.02
$HW+V_{rs}$								
失敗率(%)	4.17	5.47	4.30	5.21	4.56	4.43	3.65	4.56
LR_{nc}	0.28	0.56	0.36	0.79	0.57	0.46	0.07	0.57
LR_{cc}	0.02	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.01	0.01
$HW+V_{yz}$								
失敗率(%)	4.43	5.47	4.30	5.08	4.56	4.82	3.65	4.69
LR_{nc}	0.46	0.56	0.36	0.92	0.57	0.82	0.07	0.69
LR_{cc}	0.04	0.00	0.00	0.00	0.01	0.10	0.00	0.02

註：1. LR_{nc} 及 LR_{cc} 欄的數字為 p 值。

2. Panel A 為移動窗口 250 天的回饋測試結果，Panel B 為移動窗口 500 天的回饋測試結果。 $HW+V_p$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Parkinson (1980) 變異數的模型； $HW+V_{ek}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Garman and Klass (1980) 變異數的模型； $HW+V_{rs}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Rogers et al. (1994) 變異數的模型； $HW+V_{yz}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數的模型。

表3 六種風險值模型單日 98% 信賴水準風險值回饋測試結果彙總表

	台泥	統一	南亞	遠紡	中鋼	鴻海	飛瑞	彰銀
Panel A Window size=250								
EWMA								
失敗率(%)	3.05	2.75	2.55	1.47	2.16	2.65	2.65	2.26
LR_{uc}	0.03	0.11	0.23	0.21	0.72	0.16	0.16	0.56
LR_{cc}	0.05	0.13	0.04	0.21	0.22	0.04	0.00	0.23
HW								
失敗率(%)	2.36	1.96	1.87	2.16	1.96	2.16	2.36	2.06
LR_{uc}	0.43	0.94	0.76	0.72	0.94	0.72	0.43	0.89
LR_{cc}	0.22	0.71	0.01	0.00	0.71	0.22	0.00	0.03
$HW+V_p$								
失敗率(%)	2.26	2.85	2.26	3.24	2.36	2.16	1.87	2.06
LR_{uc}	0.56	0.07	0.56	0.01	0.43	0.72	0.76	0.89
LR_{cc}	0.00	0.01	0.23	0.00	0.01	0.00	0.00	0.20
$HW+V_{gk}$								
失敗率(%)	2.06	2.75	2.55	2.65	2.36	2.16	2.36	2.36
LR_{uc}	0.89	0.11	0.23	0.16	0.43	0.72	0.43	0.43
LR_{cc}	0.20	0.01	0.19	0.00	0.01	0.00	0.00	0.04
$HW+V_{rs}$								
失敗率(%)	1.38	2.65	2.36	3.05	2.36	1.87	2.06	2.36
LR_{uc}	0.13	0.16	0.43	0.03	0.43	0.76	0.89	0.43
LR_{cc}	0.13	0.01	0.63	0.00	0.01	0.01	0.00	0.04
$HW+V_{yz}$								
失敗率(%)	2.06	2.75	2.36	2.46	2.36	2.06	2.26	2.26
LR_{uc}	0.89	0.11	0.43	0.32	0.43	0.89	0.56	0.56
LR_{cc}	0.20	0.01	0.63	0.00	0.01	0.00	0.00	0.04
Panel B Window size=500								
EWMA								
失敗率(%)	2.34	2.47	2.60	1.69	1.69	2.86	2.47	2.21
LR_{uc}	0.51	0.37	0.25	0.53	0.53	0.11	0.37	0.68
LR_{cc}	0.15	0.15	0.02	0.38	0.05	0.02	0.15	0.63
HW								
失敗率(%)	1.43	1.56	2.21	2.60	1.82	2.47	1.82	1.95
LR_{uc}	0.24	0.37	0.68	0.25	0.72	0.37	0.72	0.93
LR_{cc}	0.17	0.03	0.02	0.00	0.00	0.15	0.48	0.74
$HW+V_p$								
失敗率(%)	1.82	2.34	1.69	2.73	2.47	1.95	1.04	1.69
LR_{uc}	0.72	0.51	0.53	0.17	0.37	0.93	0.04	0.53
LR_{cc}	0.07	0.02	0.38	0.00	0.00	0.10	0.10	0.66
$HW+V_{gk}$								
失敗率(%)	1.82	2.34	1.69	2.47	2.47	1.95	1.04	1.95
LR_{uc}	0.72	0.51	0.53	0.37	0.37	0.93	0.04	0.93
LR_{cc}	0.00	0.02	0.38	0.00	0.00	0.01	0.10	0.74
$HW+V_{rs}$								
失敗率(%)	1.82	2.21	1.56	2.73	2.47	1.95	1.04	1.69
LR_{uc}	0.72	0.68	0.37	0.17	0.37	0.93	0.04	0.53
LR_{cc}	0.00	0.02	0.27	0.00	0.00	0.10	0.10	0.66
$HW+V_{yz}$								
失敗率(%)	1.82	2.21	1.69	2.34	2.47	1.95	1.04	1.95
LR_{uc}	0.72	0.68	0.53	0.51	0.37	0.93	0.04	0.93
LR_{cc}	0.00	0.02	0.38	0.00	0.00	0.01	0.10	0.74

註：1. LR_{uc} 及 LR_{cc} 欄的數字為 p 值。

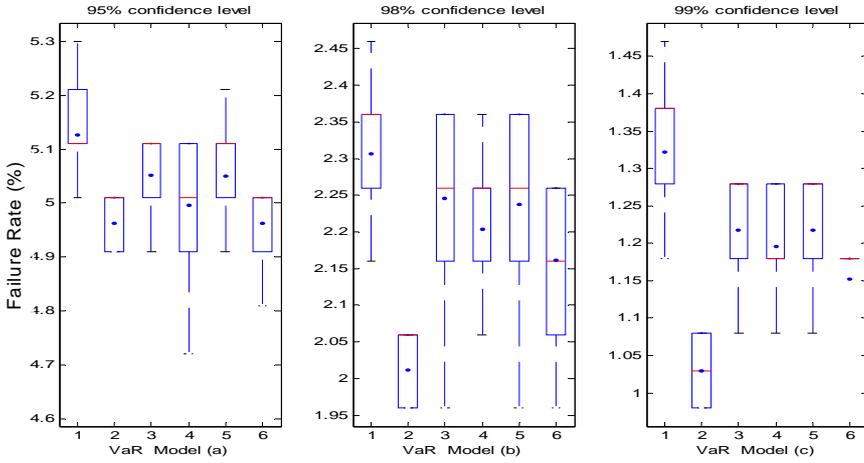
2. Panel A 為移動窗口 250 天的回饋測試結果，Panel B 為移動窗口 500 天的回饋測試結果。 $HW+V_p$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Parkinson (1980) 變異數的模型； $HW+V_{gk}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Garman and Klass (1980) 變異數的模型； $HW+V_{rs}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Rogers et al. (1994) 變異數的模型； $HW+V_{yz}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數的模型。

表 4 六種風險值模型單日 99% 信賴水準風險值回饋測試結果彙總表

	台泥	統一	南亞	遠紡	中鋼	鴻海	飛瑞	彰銀
Panel A Window size=250								
EWMA								
失敗率(%)	1.47	1.57	2.06	0.69	1.38	2.06	1.96	1.57
LR_{uc}	0.16	0.09	0.00	0.29	0.25	0.00	0.01	0.09
LR_{cc}	0.17	0.19	0.00	0.06	0.43	0.01	0.00	0.12
HW								
失敗率(%)	1.57	0.98	0.79	1.18	1.08	1.08	1.57	0.69
LR_{uc}	0.09	0.95	0.48	0.58	0.80	0.80	0.09	0.29
LR_{cc}	0.12	0.22	0.11	0.00	0.86	0.26	0.02	0.54
$HW+V_p$								
失敗率(%)	0.98	1.28	1.38	1.18	0.88	1.08	1.47	0.79
LR_{uc}	0.95	0.39	0.25	0.58	0.70	0.80	0.16	0.48
LR_{cc}	0.22	0.59	0.22	0.27	0.17	0.02	0.00	0.73
$HW+V_{gk}$								
失敗率(%)	0.79	1.08	1.18	1.28	0.98	1.08	1.57	0.88
LR_{uc}	0.48	0.80	0.58	0.39	0.95	0.80	0.09	0.70
LR_{cc}	0.11	0.86	0.27	0.02	0.22	0.02	0.00	0.86
$HW+V_{rs}$								
失敗率(%)	0.69	1.18	1.28	1.28	0.88	1.08	1.47	0.79
LR_{uc}	0.29	0.58	0.39	0.39	0.70	0.80	0.16	0.48
LR_{cc}	0.06	0.27	0.25	0.02	0.17	0.02	0.00	0.73
$HW+V_{yz}$								
失敗率(%)	0.69	0.88	1.08	1.18	0.98	0.98	1.38	0.69
LR_{uc}	0.29	0.70	0.80	0.58	0.95	0.95	0.25	0.29
LR_{cc}	0.54	0.86	0.26	0.02	0.22	0.01	0.02	0.54
Panel B Window size=500								
EWMA								
失敗率(%)	1.04	1.04	2.21	0.78	1.17	2.34	1.82	1.69
LR_{uc}	0.91	0.91	0.00	0.53	0.64	0.00	0.04	0.08
LR_{cc}	0.19	0.91	0.00	0.08	0.81	0.00	0.09	0.17
HW								
失敗率(%)	0.91	0.52	1.43	1.43	1.04	1.17	1.43	0.78
LR_{uc}	0.80	0.14	0.26	0.26	0.91	0.64	0.26	0.53
LR_{cc}	0.14	0.33	0.00	0.00	0.19	0.21	0.45	0.78
$HW+V_p$								
失敗率(%)	1.43	1.56	1.04	1.43	1.43	1.30	0.91	1.17
LR_{uc}	0.26	0.15	0.91	0.26	0.26	0.42	0.80	0.64
LR_{cc}	0.01	0.01	0.91	0.01	0.01	0.21	0.91	0.81
$HW+V_{gk}$								
失敗率(%)	1.17	1.43	1.04	1.04	1.43	1.43	0.91	1.04
LR_{uc}	0.64	0.26	0.91	0.91	0.26	0.26	0.80	0.91
LR_{cc}	0.01	0.01	0.91	0.19	0.01	0.18	0.91	0.91
$HW+V_{rs}$								
失敗率(%)	1.30	1.43	1.04	1.30	1.43	1.30	0.78	1.04
LR_{uc}	0.42	0.26	0.91	0.42	0.26	0.42	0.53	0.91
LR_{cc}	0.01	0.01	0.91	0.21	0.01	0.21	0.78	0.91
$HW+V_{yz}$								
失敗率(%)	1.04	1.30	0.91	1.04	1.30	1.43	0.78	1.17
LR_{uc}	0.91	0.42	0.80	0.91	0.42	0.26	0.53	0.64
LR_{cc}	0.01	0.01	0.91	0.19	0.01	0.18	0.78	0.81

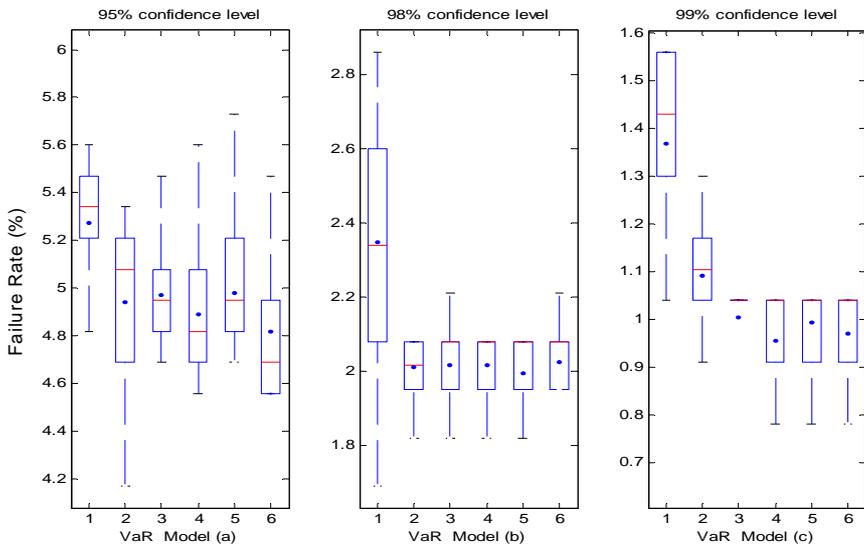
註：1. LR_{uc} 及 LR_{cc} 欄的數字為 p 值。

- Panel A 為移動窗口 250 天的回饋測試結果，Panel B 為移動窗口 500 天的回饋測試結果。 $HW+V_p$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Parkinson (1980) 變異數的模型； $HW+V_{gk}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Garman and Klass (1980) 變異數的模型； $HW+V_{rs}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Rogers et al. (1994) 變異數的模型； $HW+V_{yz}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數的模型。



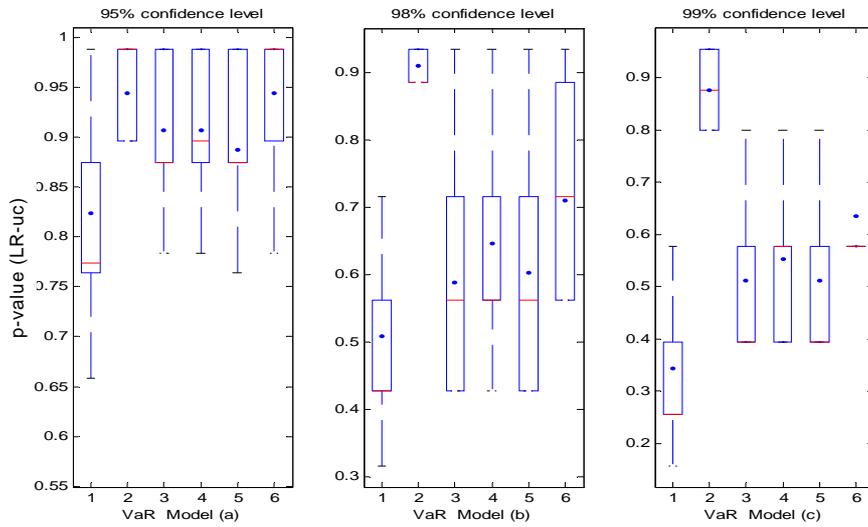
註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 1 投資組合 1 日風險值失敗率箱型圖- 250 天視窗



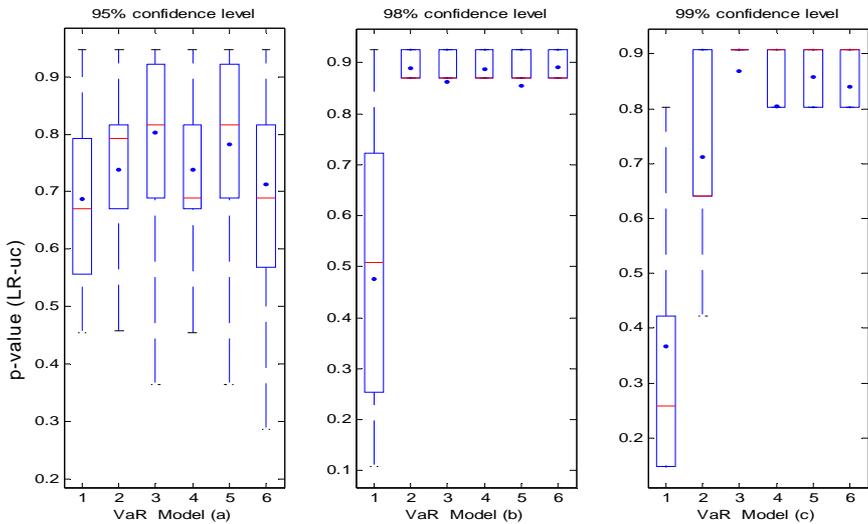
註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 2 投資組合 1 日風險值失敗率箱型圖- 500 天視窗



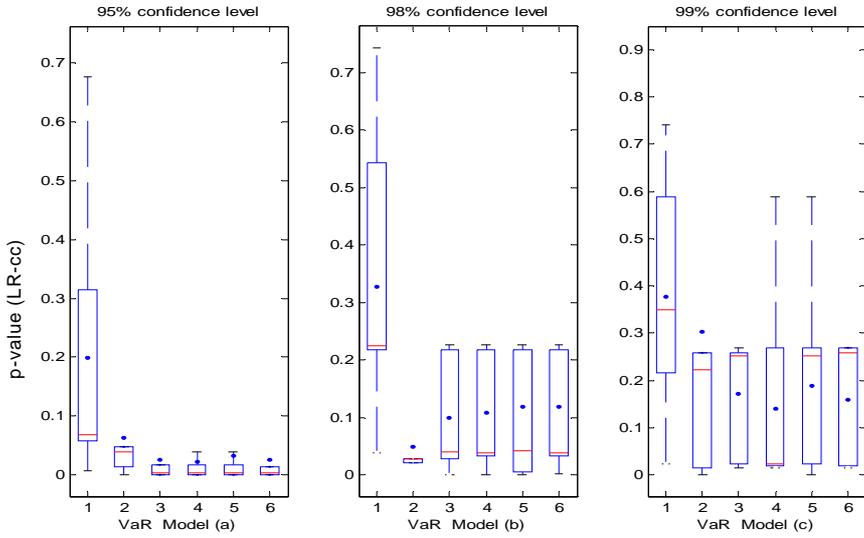
註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 3 投資組合 1 日風險值 LR_{uc} 檢定之 p -value 箱型圖- 250 天視窗



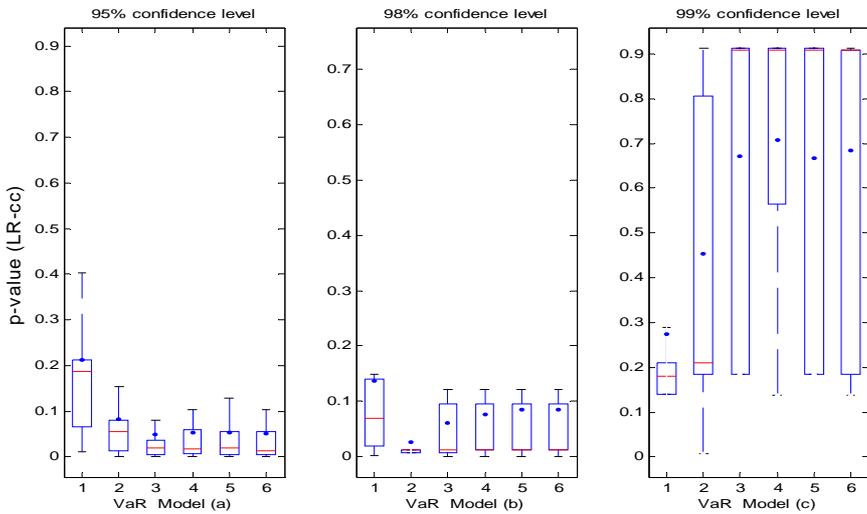
註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 4 投資組合 1 日風險值 LR_{uc} 檢定之 p -value 箱型圖- 500 天視窗



註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 5 投資組合 1 日風險值 LR_{cc} 檢定之箱型圖- 250 天視窗



註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 6 投資組合 1 日風險值 LR_{cc} 檢定之 p -value 箱型圖- 500 天視窗

表 5 六種風險值模型 5 日 95% 信賴水準風險值回饋測試結果彙總表

	台泥	統一	南亞	遠紡	中鋼	鴻海	飛瑞	彰銀
Panel A Window size=250								
EWMA								
失敗率(%)s	6.61	5.23	6.80	6.51	5.23	5.92	7.20	6.21
失敗率(%)a	6.31	5.23	6.80	3.25	5.13	5.33	6.61	6.21
HW								
失敗率(%)s	6.11	4.73	6.90	6.11	5.23	6.51	7.10	5.52
失敗率(%)a	5.92	4.64	6.90	2.86	5.13	5.52	6.41	5.52
HW+V_p								
失敗率(%)s	5.52	4.93	6.71	6.02	5.33	6.02	6.80	5.03
失敗率(%)a	5.23	4.93	7.10	2.76	5.23	4.93	6.02	5.03
HW+V_{gk}								
失敗率(%)s	5.52	4.83	6.61	6.02	5.23	5.42	6.51	4.93
失敗率(%)a	5.03	4.83	6.61	2.76	5.03	4.93	6.02	4.93
HW+V_{rs}								
失敗率(%)s	5.42	4.83	6.71	6.21	5.33	6.21	6.90	4.93
失敗率(%)a	5.13	4.73	6.71	2.76	5.03	4.83	6.21	4.93
HW+V_{yz}								
失敗率(%)s	5.42	4.64	6.51	6.02	5.03	5.23	6.51	4.93
失敗率(%)a	5.03	4.64	6.51	2.76	5.03	4.64	5.92	4.93
Panel B Window size=500								
EWMA								
失敗率(%)s	5.89	4.71	6.15	6.28	4.32	6.28	6.02	5.37
失敗率(%)a	5.63	4.71	6.15	3.40	4.32	5.50	5.76	5.37
HW								
失敗率(%)s	5.76	4.58	5.63	6.02	4.58	6.68	5.89	4.45
失敗率(%)a	5.37	4.58	5.76	2.36	4.58	6.02	5.63	4.45
HW+V_p								
失敗率(%)s	5.10	4.97	5.63	5.50	4.84	5.76	4.58	4.19
失敗率(%)a	4.97	4.84	5.63	2.49	4.71	5.24	4.06	4.19
HW+V_{gk}								
失敗率(%)s	5.24	4.71	5.37	5.76	4.71	5.89	4.84	3.66
失敗率(%)a	5.10	4.58	5.37	2.62	4.58	5.24	4.19	3.66
HW+V_{rs}								
失敗率(%)s	5.10	4.71	5.37	5.37	4.71	5.89	4.58	4.19
失敗率(%)a	4.97	4.58	5.37	2.62	4.71	5.24	4.19	4.19
HW+V_{yz}								
失敗率(%)s	5.24	4.58	5.37	5.63	4.71	5.76	4.45	3.66
失敗率(%)a	4.97	4.45	5.37	2.36	4.58	5.10	4.19	3.66

註：1. s 代表使用時間平方根法則；a 代表使用 alpha-root of time rule。

2. Panel A 為移動窗口 250 天的回饋測試結果，Panel B 為移動窗口 500 天的回饋測試結果。 $HW+V_p$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Parkinson (1980) 變異數的模型； $HW+V_{gk}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Garman and Klass (1980) 變異數的模型； $HW+V_{rs}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Rogers et al. (1994) 變異數的模型； $HW+V_{yz}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數的模型。

表 6 六種風險值模型 5 日 98% 信賴水準風險值回饋測試結果彙總表

	台泥	統一	南亞	遠紡	中鋼	鴻海	飛瑞	彰銀
Panel A Window size=250								
EWMA								
失敗率(%) _s	4.24	3.45	4.54	4.44	3.25	4.24	4.83	2.86
失敗率(%) _a	3.65	3.45	4.54	1.38	3.25	3.45	4.14	2.86
HW								
失敗率(%) _s	3.94	2.37	2.86	4.54	3.16	3.35	3.65	2.47
失敗率(%) _a	3.85	2.37	2.96	1.78	2.86	3.16	3.25	2.47
HW+V_p								
失敗率(%) _s	3.16	2.17	3.16	4.73	2.47	3.35	3.45	2.47
失敗率(%) _a	2.76	2.07	3.16	1.97	2.47	2.76	2.66	2.47
HW+V_{gk}								
失敗率(%) _s	2.86	1.87	3.35	4.44	2.66	3.16	3.65	2.56
失敗率(%) _a	2.66	1.87	3.35	1.78	2.47	2.47	3.25	2.56
HW+V_{rs}								
失敗率(%) _s	2.66	1.87	3.06	4.44	2.37	3.16	3.65	2.56
失敗率(%) _a	2.37	1.87	3.06	1.87	2.27	2.76	2.76	2.56
HW+V_{yz}								
失敗率(%) _s	2.86	1.97	3.06	4.24	2.47	2.96	3.55	2.56
失敗率(%) _a	2.56	1.87	3.06	1.68	2.47	2.37	2.96	2.56
Panel B Window size=500								
EWMA								
失敗率(%) _s	3.53	3.27	4.19	4.71	3.14	4.45	4.19	2.23
失敗率(%) _a	2.88	3.27	4.19	1.44	3.14	3.66	3.53	2.23
HW								
失敗率(%) _s	3.14	2.75	3.27	4.84	3.01	4.06	3.01	2.23
失敗率(%) _a	3.01	2.62	3.27	1.70	3.01	3.40	2.62	2.23
HW+V_p								
失敗率(%) _s	3.14	2.62	2.62	4.06	2.88	2.49	2.23	1.31
失敗率(%) _a	3.14	2.62	2.62	1.44	2.88	1.96	1.31	1.31
HW+V_{gk}								
失敗率(%) _s	3.14	2.62	2.49	3.93	2.88	2.36	2.23	1.18
失敗率(%) _a	3.14	2.62	2.49	1.44	2.88	1.57	1.83	1.18
HW+V_{rs}								
失敗率(%) _s	3.14	2.36	2.49	4.06	3.01	2.62	2.36	1.31
失敗率(%) _a	3.14	2.36	2.49	1.18	2.88	1.83	1.57	1.31
HW+V_{yz}								
失敗率(%) _s	3.14	2.23	2.49	3.93	2.88	2.36	2.09	1.18
失敗率(%) _a	3.01	2.23	2.49	1.44	2.88	1.44	1.44	1.18

註：1. s 代表使用時間平方根法則；a 代表使用 alpha-root of time rule。

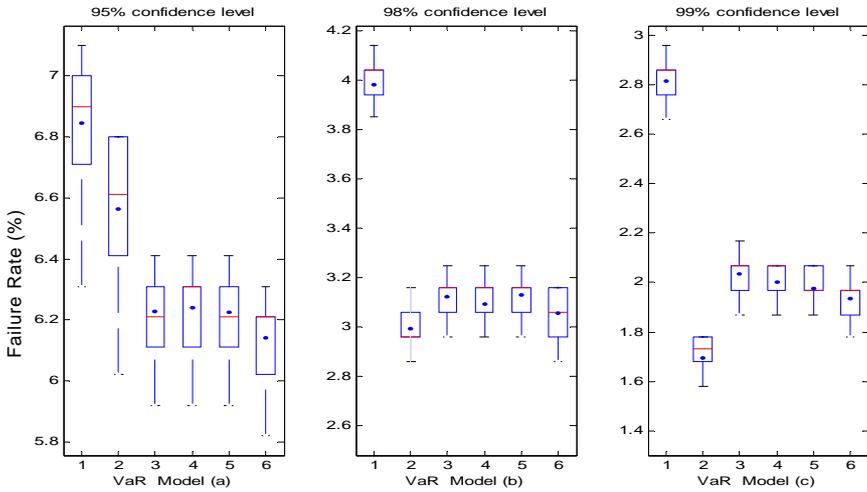
2. Panel A 為移動窗口 250 天的回饋測試結果，Panel B 為移動窗口 500 天的回饋測試結果。 $HW+V_p$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Parkinson (1980) 變異數的模型； $HW+V_{gk}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Garman and Klass (1980) 變異數的模型； $HW+V_{rs}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Rogers et al. (1994) 變異數的模型； $HW+V_{yz}$ 為 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數的模型。

表 7 六種風險值模型 5 日 99% 信賴水準風險值回饋測試結果彙總表

	台泥	統一	南亞	遠紡	中鋼	鴻海	飛瑞	彰銀
Panel A Window size=250								
EWMA								
失敗率(%)s	3.06	2.66	2.96	2.86	2.17	3.35	3.16	1.78
失敗率(%)a	2.96	2.66	3.06	0.69	1.87	3.0	2.96	1.78
HW								
失敗率(%)s	2.76	1.78	1.78	2.96	1.38	2.56	2.47	1.08
失敗率(%)a	2.47	1.78	1.78	0.89	1.38	2.37	2.07	1.08
HW+V_p								
失敗率(%)s	2.37	1.58	2.27	3.45	1.58	2.37	1.87	1.28
失敗率(%)a	2.07	1.58	2.37	1.28	1.58	1.87	1.78	1.28
HW+V_{gk}								
失敗率(%)s	2.17	1.48	2.37	3.25	1.48	2.07	2.37	1.38
失敗率(%)a	1.97	1.38	2.56	1.28	1.48	1.78	2.17	1.38
HW+V_{rs}								
失敗率(%)s	2.07	1.58	2.27	3.55	1.58	2.27	1.97	1.28
失敗率(%)a	1.78	1.58	2.27	1.28	1.58	1.87	1.78	1.28
HW+V_{yz}								
失敗率(%)s	2.27	1.28	2.47	3.25	1.48	1.97	2.27	1.28
失敗率(%)a	1.97	1.28	2.47	1.28	1.48	1.58	2.07	1.28
Panel B Window size=500								
EWMA								
失敗率(%)s	2.23	2.62	3.01	2.88	2.49	3.53	2.23	1.18
失敗率(%)a	2.09	2.62	3.14	0.79	2.36	3.27	1.96	1.18
HW								
失敗率(%)s	1.83	1.18	1.83	3.66	1.70	2.23	1.57	0.52
失敗率(%)a	1.83	1.18	1.83	1.18	1.70	1.57	1.44	0.52
HW+V_p								
失敗率(%)s	2.62	1.57	1.96	3.66	2.09	1.31	1.18	0.92
失敗率(%)a	2.23	1.57	1.96	1.18	1.96	1.05	0.92	0.92
HW+V_{gk}								
失敗率(%)s	2.49	1.57	1.83	3.66	2.23	1.05	1.31	0.79
失敗率(%)a	2.09	1.57	1.96	0.92	1.96	0.92	0.79	0.79
HW+V_{rs}								
失敗率(%)s	2.75	1.57	1.83	3.80	2.23	1.31	1.05	0.79
失敗率(%)a	2.36	1.57	1.83	1.18	1.96	1.18	0.52	0.79
HW+V_{yz}								
失敗率(%)s	2.36	1.44	1.83	3.66	2.23	1.18	1.18	0.92
失敗率(%)a	2.09	1.44	1.83	0.92	1.96	0.92	0.52	0.92

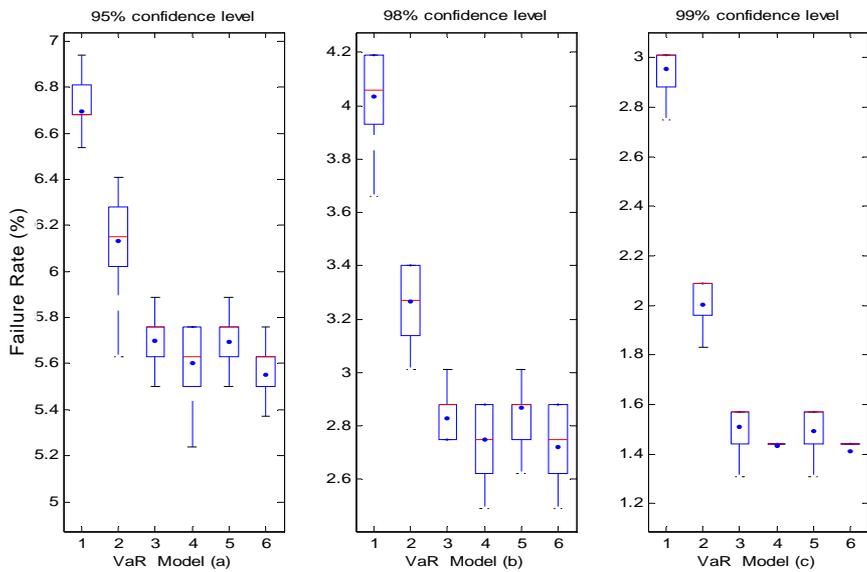
註：1. s 代表使用時間平方根法則；a 代表使用 alpha-root of time rule。

2. Panel A 為移動窗口 250 天的回饋測試結果，Panel B 為移動窗口 500 天的回饋測試結果。HW+V_p 為 Hull and White (1998) 法結合 Parkinson (1980) 變異數的模型；HW+V_{gk} 為 Hull and White (1998) 法結合 Garman and Klass (1980) 變異數的模型；HW+V_{rs} 為 Hull and White (1998) 法結合 Rogers et al. (1994) 變異數的模型；HW+V_{yz} 為 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數的模型。



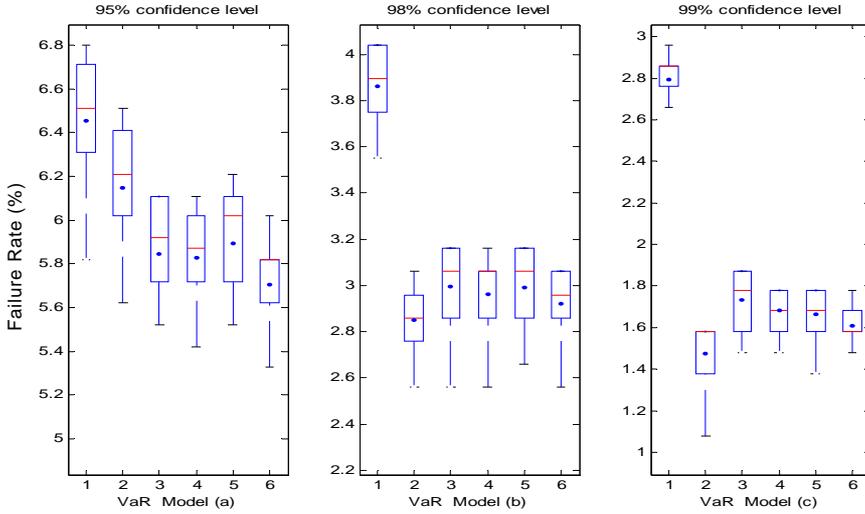
註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 7 投資組合 5 日風險值失敗率箱型圖- 250 天視窗(時間平方根)



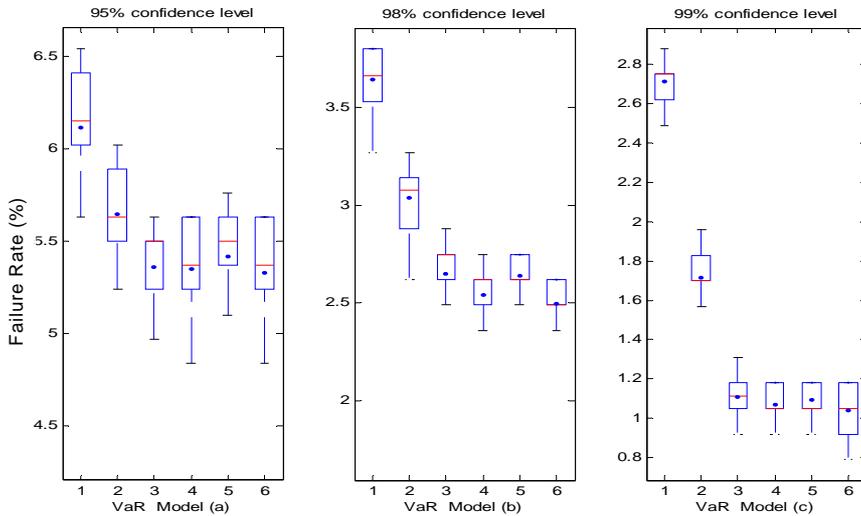
註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 8 投資組合 5 日風險值失敗率箱型圖- 500 天視窗(時間平方根)



註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 9 投資組合 5 日風險值失敗率箱型圖- 250 天視窗(α 平方根)



註：1. EWMA，2. HW，3. $HW+V_p$ ，4. $HW+V_{gk}$ ，5. $HW+V_{rs}$ ，6. $HW+V_{yz}$ 。

圖 10 投資組合 5 日風險值失敗率箱型圖- 500 天視窗(α 平方根)

幾乎都比 Hull and White (1998) 模型更接近預期的失敗率，可見 Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值估計法同時採用 alpha-root of time rule 衡量多日風險值有良好的表現。至於在 99% 信賴水準的五日風險值，四種結合模型與 Hull and White (1998) 模型幾乎平分秋色，其失敗率稍微偏離（1－信賴水準），但仍有不錯的表現。在投資組合方面，相較於時間平方根法則，六個模型在三個信賴水準使用 alpha-root of time rule 衡量的失敗率仍是更接近（1－信賴水準），顯示使用 alpha-root of time rule 衡量多日風險值確實可以改善預測多日風險值的困難度，此實證結果在投資組合（圖 7 至圖 10）再一次獲得驗證。而三個信賴水準在移動視窗為 500 天之下，Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值估計法並採用 alpha-root of time rule 衡量多日風險值，其表現皆優於 EWMA 與 Hull and White (1998) 模型，尤其以 Hull and White (1998) 法結合 Yang and Zhang (2000) 變異數模型，其績效最出色。

4. 結論及建議

風險值的實證研究近年來多以指數、個股或匯率的收盤價為研究的對象。然而考慮開盤價、收盤價、最高價及最低價的波動率是否可以增加風險值模型的精確度？本研究採用 Hull and White (1998) 模擬法，並結合開盤價、收盤價、最高價及最低價為基礎的變異數估計式，來測試加入的資訊是否可以提高風險值評估的精確性。實證結果顯示，當持有期間為 1 日時，加入開盤價、最高價及最低價的資訊後，風險值評估的精確性可以提高，整體而言，以 Hull and White (1998) 結合 Yang and Zhang (2000) 的變異數估計式模型為最佳。在持有期間為 5 日之風險值估計上，本研究採用 alpha-root of time rule 以克服多期風險值預測的困難度，實證亦顯示加入開盤價、收盤價、最高價及最低價的資訊，對風險值模型的精確性一般而言也有所助益。對於多期的風險值預測更遠的未來，雖承擔較大的風險，

本文提出 Hull and White (1998) 模型結合變異數極端值法與 alpha-root of time rule 的運用，更能掌握多期風險值預測的準確性。至於後續的研究，由於許多樣本資料存在序列相關的現象，建議後續研究可針對此一議題加以延伸，設計如何納入開收盤價、最高低價的風險值模型；此外，本研究也發現 alpha-root of time rule 並不全然表現較佳，這可能的原因有許多，包括樣本誤差、移動視窗的設計、以固定百分位數來計算 α ，以及多期預測的困難度等等未知因素，建議後續研究可以有更多的實證與探討。

參考文獻

- Alizadeh, S., M. Brandt and F. Diebold (2002), "Range-Based Estimation of Stochastic Volatility Models," *Journal of Finance*, 57, 1047-1091.
- Beckers, S. (1983), "Variance of Security Price Return Based on High, Low, and Closing Prices," *Journal of Business*, 56, 97-112.
- Boudoukh, J., M. Richardson and R. Whitelaw (1998), "The Best of Both Worlds," *Risk*, 11, 64-67.
- Brandt, M. and S. Jones (2006), "Volatility Forecasting with Ranged-Based EGARCH Models," *Journal of Business and Economic Statistics*, 24, 470-487.
- Chou, R. Y. (2005), "Forecasting Financial Volatilities with Extreme Values: The Conditional Autoregressive Range (CARR) Model," *Journal of Money, Credit and Banking*, 37, 561-582.
- Christoffersen, F. (1998), "Evaluating Interval Forecasts," *International Economic Review*, 39, 841-862.
- Danielsson, J. and C. G. de Vries (1997), "Tail Index and Quantile Estimation with Very High Frequency Data," *Journal of Empirical Finance*, 4, 241-257.
- De Haan, L. and U. Stadtmuller (1996), "Generalized Regular Variation of Second Order," *Journal of the Australian Mathematical Society*, 61, 381-395.
- Dowd, K. (2002), *Measuring Market Risk*, New York: John Wiley and Sons.
- Garman, M. and M. Klass (1980), "On the Estimation of Security Price Volatility from Historical Data," *Journal of Business*, 53, 67-78.
- Hendricks, D. (1996), "Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data," *Economic Policy Review*, 34, 36-69.

- Hill, B. M. (1975), "A Simple General Approach to Inference about the Tail of a Distribution," *Annals of Statistics*, 35, 1163-1173.
- Hull, J. and A. White (1998), "Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for Value at Risk," *Journal of Risk*, 1, 5-19.
- Kupiec, P. (1995), "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Modes," *Journal of Derivatives*, 3, 73-84.
- Morgan, J. P. (1996), *RiskMetrics Technical Document*, New York: Morgan Guaranty Trust Company.
- Parkinson, M. (1980), "The Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return," *Journal of Business*, 53, 61-65.
- Pearson, N. and C. Smithson (2000), "Beyond VaR," *Risk*, 12, 85-87.
- Reiss, R. and M. Thomas (2001), "Statistical Analysis of Extreme Value: With Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields," Birkhauser Basel, Working Paper.
- Rogers, L., S. Satchell and Y. Yoon (1994), "Estimating the Volatility of Stock Prices: A Comparison of Methods That Use High and Low Prices," *Applied Financial Economics*, 4, 241-247.
- Yang, D. and Q. Zhang (2000), "Drift-Independent Volatility Estimation Based on High, Low, Open, and Close Prices," *Journal of Business*, 73, 477-491.

Value at Risk Model Using Open-Close and High-Low Price

I-Yuan Chuang

Department of Finance, National Chung Cheng University

Yen-Chen Chiu

Department of Finance, National Taichung Institute of Technology

Deng-Heh Lee

Department of Finance, National Chung Cheng University

Abstract

Most Value at Risk models use close price to calculate the risk measure. This paper proposes a new approach to calculate Value at Risk using open-close and high-low prices information. We further apply our model in the application of portfolio VaR. Our approach is based on Hull and White (1998) model and incorporates open-close and high-low prices to adjust volatility measure. Using eight stocks traded in Taiwan markets, the empirical study shows that our approach can improve the performance of Value at Risk models in general.

Keywords: Value at Risk, Open-Close Price, High-Low Price

JEL Classification: C52, D81, G32