套牢問題、過度投資、與在職搜尋

周嗣文、唐震宏*

摘　要

本文利用 Kiyotaki and Lagos (2007) 的架構，在具有在職搜尋 (on-the-job search) 的勞動搜尋模型中，探討關係專屬投資 (relationship-specific investment) 的效率性。投資的效率受到兩種扭曲的影響：組合外部性 (composition externality) 及套牢問題 (holdup problem)。前者源自於工作間的異質性，而後者源自於契約的不完全 (incompleteness) 以及投資的專屬性 (specificity)。通過以解析及數值分析的方式求解模型，我們證明這兩種扭曲均可能造成投資不足 (underinvestment) 以及過度投資 (overinvestment)，而且這兩種扭曲的效果可能相互抵銷。

關鍵詞：套牢問題、過度投資、工作搜尋
JEL 分類代號：C78, D23, D43

* 兩位作者分別為聯繫作者：唐震宏，國立清華大學經濟學系副教授，30013 新竹市光復路二段 101 號，電話：03-5162149，E-mail: jhtang@mx.nthu.edu.tw；周嗣文，國立清華大學經濟學系副教授，30013 新竹市光復路二段 101 號，電話：03-5162032，E-mail: swchou@mx.nthu.edu.tw。作者感謝三位匿名審查委員與編輯委員所提供之寶貴意見與建議，文中若有任何錯誤屬作者之責任。

投稿日期：民國 105 年 12 月 21 日；修訂日期：民國 106 年 4 月 26 日；
接受日期：民國 107 年 9 月 5 日。

經濟研究 (Taipei Economic Inquiry), 55:2 (2019), 191-246。
臺北大學經濟學系出版

1. 前言

傳統的文獻如 Klein et al. (1978)、Williamson (1979) 與 Grout (1984) 等文指出，若投資是關係專屬 (relationship-specific) 而且無法契約化 (non-contractible)，則會產生套牢問題 (holdup problem)，進而產生投資不足 (underinvestment)。在稍近期的文獻中，許多研究者利用商品或勞務的交易具有搜尋摩擦的理論模型，來探討套牢問題。[1] 這類搜尋理論模型適合用於討論套牢問題，因為這類模型對於交易夥伴的關係的形成與破壞，以及交易雙方對利益分配的協商，均可有明確的刻劃。再者，搜尋成本對於存在交易夥伴關係的各方，會形成一種準租 (quasi-rent)。若是此準租的分配會受關係專屬投資的影響，則將產生套牢問題 (Malcomson, 1997)。因此，搜尋理論模型也是一個容易產生套牢問題的環境。Acemoglu and Shimer (1999) 便是在搜尋模型中探討套牢問題，該文假設廠商必需在與勞工形成配對之前，做出不可逆 (irreversible) 的投資。該文指出，若工資是經由事後的談判 (ex post bargaining) 來決定，則將發生套牢問題，廠商的投資或進入市場的廠商數均將過低，市場均衡是無效率的 (inefficient)。

雖然以搜尋模型探討套牢問題的論文已很可觀，但據我們所知，相關論文甚少考慮在職搜尋 (on-the-job search)，儘管在職搜尋在勞動市場上相當普遍。[2] 在本文中，我們想要利用 Kiyotaki and Lagos (2007) 所發展出來的在職搜尋模型（簡稱 KL 模型），探討套牢問題以及關係專屬投資的效率性。KL 模型的特點除了在職搜尋之

1 這類文獻包含 MacLeod and Malcomson (1993)、Acemoglu and Shimer (1999)、Ramey and Watson (2001)、Ishiguro (2010)、Bester (2013)、Mailath et al. (2013) 與 Kurmann (2014) 等。另一類相關的文獻則是利用無摩擦配對 (frictionless matching) 模型來探討套牢問題，如 Cole et al. (2001)、de Meza and Lockwood (2010) 與 Felli and Roberts (2016) 等。

2 例如，Fallick and Fleischman (2004) 的實證資料指出，1994 年 1 月至 2011 年 12 月的美國勞動市場中，在職換職率 (job-to-job transition rate) 平均為就業人數的 2.5%。

外，另一則是假設工作的生產力是在勞資雙方形成配對之時，隨機決定的。為了探討在職搜尋對套牢問題的影響，我們改變了 KL 模型中生產力的決定方式，改為假設勞資雙方在勞動市場上相遇之後，雇主可以進行關係專屬的投資，而這項投資可以增加獲取更高生產力的機率。這項投資假設是不可契約化的，也因此投資報酬的分配必需經由事後的談判來決定。

由於本模型允許在職搜尋，經濟個體在已配對的情況下，仍可搜尋新的工作夥伴。因此，他們可能同時與既有的夥伴及新遇到的夥伴進行談判。有別於常見的納許議價 (Nash bargaining)，KL 模型假設勞工與雇主具有議價能力 (bargaining power)，可向對方提議工作剩餘的分配，受提議的一方只可接受或拒絕。若多人同時向一人提議，提議人之間需進行 Bertrand 競爭，勝者方可與被提議人完成議價。由於這個多邊談判的設定，本模型對於套牢問題及關係專屬投資的效率性，可有以下的新意涵。

首先，在勞資談判的過程中，如果雇主（投資者）會被勞工（非投資者）占便宜 (appropriated)，則將產生套牢問題。傳統文獻的看法認為，套牢問題會降低投資誘因，進而造成投資不足 (underinvestment)。但有別於傳統的看法，在本模型中，套牢問題也可能會引發尋租 (rent-seeking) 行為。這種行為是指，雇主在遇到新的勞工夥伴後，進行了關係專屬的投資，但這項投資的目的並不在於從新的配對中獲利，而是想要從與既有的勞工夥伴的談判中，分配到更多的剩餘 (surplus)。詳言之，假設某雇主遇到了一位勞工，並有可能與其形成一個新的配對。但此雇主既有的勞工夥伴在此時可以與新勞工進行 Bertrand 競爭，以爭取與雇主維持關係。舊勞工可能為了在競爭中打敗新勞工，而願意在談判時讓予雇主更多的剩餘。因此，雇主便可能有動機對新勞工夥伴進行關係專屬投資，因為他可以藉此提高與新勞工配對後的價值，使得他的離去對舊勞工更具威脅性，進而使得舊的勞工夥伴在談判時願意讓出更多的剩餘來挽留他。那麼，雇主便可在與舊夥伴的談判中占到便宜，而他也就不會離開舊夥伴去與

新夥伴形成配對。這種尋租行為是非生產性，而且以社會效率的觀點來說是多餘的。因此，這類投資應屬過度投資 (overinvestment)。值得一提的是，上述的尋租性投資惟有當勞工具有議價能力時才會發生，因為勞工若無議價能力，則勞工無法藉由讓利來挽留雇主，那麼雇主也就沒有動機去進行尋租性投資。因此，在本模型中，若勞工可與雇主分配剩餘，有可能會造成過度投資，這項結果有異於傳統文獻的結論。

其次，在本文中，雇主投資的目的是為了有較高的機率與勞工形成一個高生產力配對，其報酬則是工作的價值的提昇。但是工作的價值可能會受到組合外部性 (composition externality) 的影響，而且影響的程度會因工作的生產力而有所不同。所以，投資的效率也會受到組合外部性的影響。詳言之，組合外部性常出現在具有個體異質性的搜尋模型，它是指個體的配對及拆夥的決策可能會影響到其他個體的配對及拆夥的機率。例如，假設勞工與雇主相遇後形成一個低生產力的配對，這將會增加他人與低生產力個體相遇的機率。由於這項外部性，工作配對的價值往往會被市場低估。再者，由於高生產力的配對相較低生產力的配對較無拆夥的誘因，高生產力配對往往較無流動性，也因而有較低的組合外部性。因此，組合外部性對低生產力配對的影響較為顯著。若是工作價值的提昇會因組合外部性而擴大，則雇主投資的誘因增加，進而可能發生過度投資。反之，則可能發生投資不足。

組合外部性及套牢問題普遍存在或隱含於具個體異質性的搜尋模型之中，可是在 KL 模型中，這兩個外部性的作用其實是混合在一起的。為了分離出這兩個外部性的作用，我們將議價能力參數化，以控制套牢問題的程度。當勞工無議價能力時，即無套牢問題。為了驗證直觀上的推論，我們先對部份工作配對的投資加以限制以簡化分析，推導出一些解析解 (analytical solution)。然後，我們給予模型參數合理的數值，藉由數值分析的方式來刻劃完整模型的均衡。如經濟直觀所預期的，簡化模型的解析解及完整模型的數值解的結

果均顯示，套牢問題及組合外部性均可能造成投資不足與過度投資，而且這兩項扭曲的效果可能會互相抵銷。因此，投資的效率需視兩者抵銷後的淨效果而定。

雖然本文的主要目的是應用 KL 模型，探討套牢問題及組合外部性如何影響專屬投資的效率，但本文亦可討論專屬投資對勞動市場的影響，以及其政策意涵。我們的討論聚焦在投資成本如何影響勞工與雇主配對的機率，進而影響失業勞工的失業週數 (unemployment duration)。在基準的參數設定下，本模型能捕捉美國的長期平均失業週數。同時，數值分析的結果指出，專屬投資的成本與失業週數成反向關係。專屬投資成本的下降，或許可以解釋為雇主為勞工進行專屬訓練的成本，因為政府補貼而減輕。在這樣的解釋下，我們的結果顯示，政府補貼訓練成本，可以提高工作配對的生產力升級的機率，但由於更多工作升級為高生產力，低生產力的職缺減少，造成勞工尋得低薪工作的機率下降，結果反而造成平均失業週數上升。實證研究也發現，政府的職業訓練政策對失業週數的影響可能有正有負 (Hujer et al., 2006a, 2006b)，我們的結果或許也是其中一種可能的解釋。

與相關的文獻相較，雖然本文的架構建立在 KL 模型之上，但動機及模型設定有所不同。本文的主要目的是應用 KL 模型，探討套牢問題及組合外部性如何影響專屬投資的效率。KL 模型的主要目的是提供一個可分析勞工流動 (worker flows) 與工作流動 (job flows) 的在職搜尋模型，並不觸及關係專屬性投資及套牢問題，也未區分兩種外部性的作用。但若是考慮專屬投資，外部性的作用就有區分的必要。當我們將這兩個外部性分離之後，我們發現這兩個外部性均可能造成投資不足或是過度，而且兩者的作用往往是互相抵銷的。就我們所知的文獻，這部份的結果是尚未被提及的，或是在一篇文章中有系統地論述及演示的。

此外，由於這是具有個體異質性的搜尋模型，加入一個內生決策變數往往會使模型的內生變數個數倍增。例如，雖然本文是 KL

模型的延伸，但比 KL 模型多處理三種不同類型的投資，模型很快就會變得複雜而難以理解。這三個投資又會與工作的價值函數互相影響，而且其效率性各有不同，受到兩個外部性的作用也不相同。就我們所知，這些結果或許不是那麼顯而易見的。

既有的文獻常認為，套牢問題會導致投資不足。但本文指出，套牢問題亦可能造成過度投資。過去的研究雖也曾有類似的結果，但就我們所知，為數甚少，且非基於相同的機制。例如，Kurmann (2014) 聚焦在資本市場上的搜尋摩擦，假設廠商（資本財買方）與資本財供給者（賣方）進行搜尋配對，賣方在搜尋前需付出沈沒成本 (sunk cost)，因而產生套牢問題。該文採用 Stole and Zwiebel (1996) 所提出的多人（在此為一位買方與多位賣方）納許議價協定（簡稱 SZ 議價），在該協定下，每位賣方都是邊際供給者，所分配的剩餘都是廠商的邊際資本產值。若是賣方的議價能力下降，套牢問題惡化，會使賣方分配的剩餘減少，因而減少供給。但另一方面，買方分配的剩餘增加，誘使買方增加投資，以便降低資本的邊際產值，減少分配給賣方的剩餘。因此，套牢問題會使賣方減少供給，但同時也會使買方增加需求。若是後者的效果較強，便可能產生過度投資。簡而言之，套牢問題會產生過度投資，是因為 SZ 議價協定本身就隱含有買方過度需求的問題。若將 SZ 議價用於勞動市場，便可能產生廠商對勞動的過度需求，亦即過度雇用 (Cahuc et al., 2008)。相較之下，本文聚焦在勞動市場搜尋以及提昇生產力的關係專屬投資，KL 模型的議價協定並不會產生對勞動的過度需求，套牢問題之所以產生過度投資，主要是因為勞工之間的 Bertrand 競爭給予雇主尋租的動機。此外，Kurmann (2014) 並無在職搜尋、個體異質性、及組合外部性，所以無法如本文討論組合外部性以及異質工作的投資效率。

除了套牢問題，搜尋模型亦可能因其他機制而產生過度投資的結果。例如，Ramey and Watson (2001) 假設工作配對的勞雇雙方各有一種資產，雙方均可以進行投資，同時也選擇努力程度 (effort)，努力和投資均不可契約化，剩餘的分配透過納許議價達成。由於無

法以契約約束，若要雙方均付出高度努力，必需使其報酬超過低度努力的報酬，亦即滿足一個合乎誘因的 (incentive-compatible) 努力限制式 (effort constraint)。若是努力與資本互補，而且付出努力的成本夠高，則雙方可能做出高度投資。原因是藉由增加投資可以提高努力的報酬，方可滿足努力限制式，而使雙方都選擇高努力程度。與本文相較，該模型並無在職搜尋、個體異質性、及組合外部性。努力與資本的互補性以及努力限制式，是該模型產生過度投資的機制，而非套牢問題。若是無努力限制式，或是該限制式無約束力（例如，假設付出努力的成本為零，使得雙方均自動地選擇高度努力），則努力程度的選擇與投資的選擇無關，那麼該文中的套牢問題便只能如傳統文獻產生投資不足。反觀在本文的模型中，並無努力限制式，但由於套牢問題或組合外部性，仍然可能產生過度投資。

在以下各小節中，第 2 節將陳述及推導模型；第 3 節比較市場均衡及社會最適，並探討投資的效率性；第 4 節提供一個具解析解的簡化模型；第 5 節進行數值分析；最後一節是結論。

2. 模型設定

2.1 勞動市場搜尋及關係專屬投資

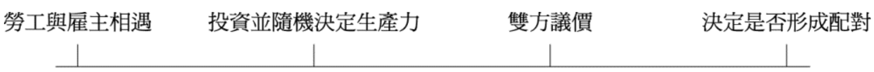
時間為連續變數，記為 $t \in [0,\infty)$。經濟社會中有無數的勞工，可連續標記在 [0,1] 區間 (continuum) 中，同時也有相同人數的雇主。勞工及雇主的生命均為無窮期，且為風險中立 (risk neutral)，以 $r > 0$ 做為未來所得的折現率。勞工及雇主可以進入勞動市場搜尋工作夥伴，且無搜尋成本；他們在市場上隨機相遇，相遇的過程是一個到達率 (arrival rate) 為 α 的卜松過程 (Poisson process)；亦即，在一個很短的時間長度 Δt 中，一位勞工隨機遇到一位雇主的機率為 $\alpha\Delta t$，反之亦然。[3] 由於本模型允許在職搜尋，所有人不論是否已配

[3] 依 KL 模型的設定，總體的相遇數可視為 $\alpha \times$（勞工人數）$\times$（雇主人數）；這是

對，在任何時間點均可搜尋新的工作夥伴。

一位勞工與一位雇主相遇後，將隨機抽取一個生產力水準 y。此後，兩人在每一時間點均各自生產 y 單位產出（亦即總和產出為 $2y$）。除非這個配對被拆散，否則生產力將維持不變。我們假設 y 自集合 $\{y_1, y_2\}$ 中隨機取值，而且 $y_1 < y_2$。[4] 在原始的 KL 模型中，生產力的機率分配是固定不變且外生給定的。在此，我們改為假設生產力的機率分配是由雇主的投資水準內生決定的。[5] 若雇主的投資為 $\pi \in [0,1]$，則 $y = y_2$ 的機率為 π，而 $y = y_1$ 的機率為 $1-\pi$。若沒有任何投資，則可確定 $y = y_1$。投資的成本假設為一個連續可微的嚴格凸函數 $c:[0,1] \mapsto [0,\infty)$。在完成投資及生產力抽樣之後，雇主與勞工將進行議價，決定是否形成一個工作配對 (job match)，且對生產的報酬進行分配。若兩人不同意形成配對，則兩人會立即分離，然後各自搜尋其他的交易夥伴。圖 1 顯示了在每個時間點，勞工與雇主在勞動市場上相遇、投資、談判、及形成配對的進行順序。

工作配對會因外生及內生的因素而被毀滅。我們假設每個工作配對在每個時間點均可能因負面的外生衝擊而毀滅，此外生的工作毀滅的衝擊設為一個到達率為 δ 的卜松過程。至於內生的工作毀滅，則是發生於當勞工或雇主想要終結夥伴關係，而與第三者形成新的配對時。



資料來源：本研究整理。

圖 1　配對的形成

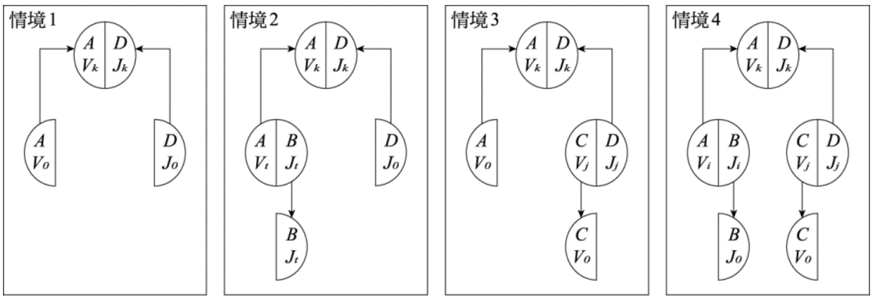
一個二次式 (quadratic) 的配對技術 (matching technology)。由於勞工及雇主人數均標準化為 1，每一位勞工遇到一位隨機抽取的雇主，以及每一位雇主遇到一位隨機抽取的勞工的機率，均為 α。

4 在原始的 KL 模型中，生產力可以一般化為 N 類，即 $y_1 < y_2 < \cdots < y_N$。

5 遵循 Ramey and Watson (1997)，雇主在此處的關係專屬投資可解釋為提昇勞工生產力的專屬投資 (specific investment)。例如，投注在員工訓練上的資源，為勞工量身打造的特殊設備，或是為滿足勞工特殊需求所做的辦公室的整修改建等。

2.2 議價過程

如圖 2 所示，勞工與雇主在勞動市場上有 4 種可能相遇的情境，分別是：未配對的勞工遇到未配對的雇主（情境 1），已配對的勞工遇到未配對的雇主（情境 2），未配對的勞工遇到已配對的雇主（情境 3），以及已配對的勞工遇到已配對的雇主（情境 4）。為了節省篇幅，我們在此處只針對情境 4 之下的議價過程詳加解釋，其餘情境請參考 KL 模型或本文的工作底稿。[6] 事實上，情境 4 是最一般化的，其談判結果可以適用於其他情境。本文中的議價過程與 KL 模型完全相同，[7] 且契約是不完全的 (incomplete)，契約雙方可以任意違約而不受懲罰。



資料來源：本研究整理。

圖 2　配對的型態

相較於傳統的納許議價，KL 模型的議價協定（簡稱 KL 議價）在工作配對及投資的效率性均有不同意涵。首先，如 Kiyotaki and Lagos (2007) 所示，納許議價較 KL 議價產生更多過度而無效率的工作毀滅。這個問題雖然可能以 Diamond and Maskin (1979) 提出的損

---

6 本文的工作底稿可在聯絡作者的網頁 http://mx.nthu.edu.tw/~jhtang 下載。

7 在細節上，我們省略了 KL 模型文中的進入成本 (entry cost)、遣散費 (severance payment)、以及解雇稅 (firing tax)，但加入了關係專屬投資，而且將勞資雙方的議價能力參數化。

害賠償 (damage compensation) 加以解決，但損害賠償與本文的不完全契約的假設不合。因此，納許議價下的過度工作毀滅會讓市場均衡的效率問題更為複雜。其次，納許議價沒有 KL 議價中的 Bertrand 競爭過程，因此不易產生如引言中所述的尋租式過度投資。所以，本文未採用納許議價。較為詳細的說明參見附錄。

議價過程發生在專屬投資完成之後。假設在每個時間點，上帝會隨機決定雇主或勞工誰能做出提議 (offer)，提議的內容為兩人合作生產的關係，以及報酬（終身效用）的分配，而收到提議的一方只能選擇接受或拒絕 (take it or leave it)。在原始 KL 模型中，雇主及勞工做出提議的機率設為相等，均為$1/2$。為了清楚分析雙方的議價能力對於投資效率的影響，我們在此將議價能力參數化，令雇主可做出提議的機率為 β ，而勞工可做出提議的機率為$1-\beta$。參數 β 可以解釋為雇主之議價能力。有提議權的一方可以對其既有的工作夥伴及新的工作夥伴同時做出提議，其中一個提議的有效性可視另一提議成交與否而定，若某一提議被接受，則另一提議自動撤銷。若有兩位提議人同時對同一人做出提議，則提議的接收者對所有的提議逐一決定接受或拒絕，而提議人之間將以 Bertrand 型態互相競爭。沒有法院可以確保契約的執行，所以每個人隨時都可以違背契約而不受罰。為了敘述方便，若某一工作配對的生產力為 y_i ，則將之稱為一個型 i 的工作配對，而其中的勞工及雇主將分別稱為型 i 的勞工及雇主。至於未配對的勞工或雇主，則稱為型 0 的勞工或雇主，其生產力記為 $y_0=0$ 。一位型 i 的雇主及勞工，其預期的終身效用將分別記為 J_i 及 V_i ，而兩者之和將記為 $M_i \equiv J_i+V_i$ 。如同 Kiyotaki and Lagos (2007) 所示，由於雇主與勞工隨時可以自願回到未配對狀態，所以未配對狀態下的終身效用應是工作配對的保留值 (reservation value)，亦即 $J_0<J_1,J_2$ ，且 $V_0<V_1,V_2$ 。因此， $M_0<M_1,M_2$ 。

假設勞工 A 原本與雇主 B 形成一個型 i 工作配對，而勞工 C 原本與雇主 D 形成一個型 j 工作配對。在不失一般性之下，假設

$M_i < M_j$。我們需先說明此時的勞資談判，並以其談判結果做為一個基準 (benchmark)，然後我們再說明情境 4 發生後（A 與 D 相遇後）的談判。若勞工 A 取得提議權，將會對雇主 B 提議保留值 J_0 並自取 $M_i - J_0$，而 B 也將接受這項提議，因為他沒有其他的生產機會。同理，若雇主 B 取得提議權，將會對勞工 A 提議保留值 V_0 並自取 $M_i - V_0$，而 A 也將接受。因此，A 可得預期報酬 (expected payoff) $\underline{\Pi}_A = (1-\beta)(M_i - J_0) + \beta V_0$，而 B 可得預期報酬 $\underline{\Pi}_B = (1-\beta)J_0 + \beta(M_i - V_0)$。同理，勞工 C 與雇主 D 由他們的工作配對中，也可分別得到預期報酬 $\underline{\Pi}_C = (1-\beta)(M_j - J_0) + \beta V_0$ 及 $\underline{\Pi}_D = (1-\beta)J_0 + \beta(M_j - V_0)$。

假設現在 A 與 D 相遇（情境 4），而且獲得了生產力 y_k。議價過程中，勞工及雇主可能做出的提議整理在表 1。

首先考慮勞工有議價權的情形。當勞工 A 對原雇主 B 提議，其提議應為雇主之保留值 J_0，而 A 自取 $M_i - J_0$。B 也將接受這項提議，因為他沒有其他的生產機會。

當勞工 A 對新雇主 D 提議，其提議不得低於 J_0，否則 D 不可能接受。另一方面，前述勞工 A 與原雇主 B 的談判所得 $(M_i - J_0)$，將成為 A 與新雇主 D 議價的機會成本。所以，A 對 D 的提議不得高於 $M_k - (M_i - J_0)$，否則 A 所得之報酬將低於 $M_i - J_0$。因此，若令 ω_{XY} 表示 X 對 Y 所做出的提議金額，則

$$J_0 \le \omega_{AD} \le M_k - (M_i - J_0)\text{，} \tag{1}$$

將上式右手邊之上限記為 $\bar{\omega}_{AD} = M_k - (M_i - J_0)$。

同理，若勞工 C 對雇主 D 提議，其提議不得低於 J_0，否則 D 不可能接受；亦不得高於 $M_j - V_0$，否則 C 所得之報酬將低於勞工之保留值 V_0。因此，

$$J_0 \le \omega_{CD} \le M_j - V_0\text{。} \tag{2}$$

表 1　議價與 Bertrand 競爭的結果

A. 議價過程之可能提議及其上限

提議人 → 被提議人		提議(ω)	提議上限($\bar{\omega}$) 或其他說明
勞工提議 (機率 $=1-\beta$)	$A \to B$	$\omega_{AB} = J_0$	J_0 會被 B 接受。A 得 $M_i - J_0$ 。
	$A \to D$	$J_0 \le \omega_{AD} \le \bar{\omega}_{AD}$	$\bar{\omega}_{AD} = M_k - (M_i - J_0)$：因為 A 至少應得對 B 提議時所得之報酬 $M_i - J_0$ 。
	$C \to D$	$J_0 \le \omega_{CD} \le \bar{\omega}_{CD}$	$\bar{\omega}_{CD} = M_j - V_0$：$C$ 至少應得失業保留值 V_0 。
雇主提議 (機率 $=\beta$)	$D \to C$	$\omega_{DC} = V_0$	V_0 會被 C 接受。D 得 $M_j - V_0$ 。
	$D \to A$	$V_0 \le \omega_{DA} \le \bar{\omega}_{DA}$	$\bar{\omega}_{DA} = M_k - (M_j - V_0)$：因為 D 至少應得對 C 提議時所得之報酬 $M_j - V_0$ 。
	$B \to A$	$V_0 \le \omega_{BA} \le \bar{\omega}_{BA}$	$\bar{\omega}_{BA} = M_i - J_0$：$B$ 至少應得未配對保留值 J_0 。

B. 議價與 Bertrand 競爭的結果

新配對的生產力(M_k)大小	勝方	敗方	獲勝原因	勝方提議
(i) $M_k < M_i$	C	A	$\bar{\omega}_{AD} < J_0 < \bar{\omega}_{CD}$	$\omega_{CD} = J_0$
	B	D	$\bar{\omega}_{DA} < V_0 < \bar{\omega}_{BA}$	$\omega_{BA} = V_0$
(ii) $M_i < M_k < M_j$	C	A	$\bar{\omega}_{AD} < \bar{\omega}_{CD}$	$\omega_{CD} = \bar{\omega}_{AD}$
	B	D	$\bar{\omega}_{DA} < V_0 < \bar{\omega}_{BA}$	$\omega_{BA} = V_0$
(iii) $M_j < M_k < M_i + M_j - M_0$	C	A	$\bar{\omega}_{AD} < \bar{\omega}_{CD}$	$\omega_{CD} = \bar{\omega}_{AD}$
	B	D	$\bar{\omega}_{DA} < \bar{\omega}_{BA}$	$\omega_{BA} = \bar{\omega}_{DA}$
(iv) $M_k > M_i + M_j - M_0$	A	C	$\bar{\omega}_{AD} > \bar{\omega}_{CD}$	$\omega_{AD} = \bar{\omega}_{CD}$
	D	B	$\bar{\omega}_{DA} > \bar{\omega}_{BA}$	$\omega_{DA} = \bar{\omega}_{BA}$

資料來源：本研究整理。

將 C 對 D 之提議上限記為 $\bar{\omega}_{CD}=M_j-V_0$。由於 A 及 C 均對雇主 D 提議，兩人將進行 Bertrand 競爭。

其次考慮雇主有議價權的情形。當雇主 D 對原勞工 C 提議，D 將對 C 提出可被接受的最低提議 V_0，並自得 M_j-V_0。

當雇主 D 對新勞工 A 提議，其提議不得低於 V_0，否則 A 不可能接受。另一方面，前述雇主 D 與原勞工 C 的談判所得 (M_j-V_0) 將成為 D 與新勞工 A 議價的機會成本。所以，D 對 A 的提議不得高於 $M_k-(M_j-V_0)$，否則 D 所得之報酬將低於 M_j-V_0。因此，

$$V_0\le\omega_{DA}\le M_k-(M_j-V_0)\text{ ，}\tag{3}$$

將上式右手邊之上限記為 $\bar{\omega}_{DA}=M_k-(M_j-V_0)$。

同理，若雇主 B 對勞工 A 提議，其提議不得低於 V_0，否則 A 不可能接受；亦不得高於 M_i-J_0，否則 B 所得之報酬將低於其保留值 J_0。因此，

$$V_0\le\omega_{BA}\le M_i-J_0\text{ ，}\tag{4}$$

將上式右手邊記為 $\bar{\omega}_{BA}=M_i-J_0$。由於 B 及 D 均對勞工 A 提議，兩人將進行 Bertrand 競爭。

前述 Bertrand 競爭的結果會依 M_k 的大小而有 4 種狀況，其結果整理於表 1 中。因此，議價的結果亦可依 M_k 的大小分成下列 4 種狀況，並且整理於表 2。

(i) $M_k<M_i$。依假設，$M_k<M_i<M_j$。由 (1) 式可得 $\bar{\omega}_{AD}<J_0$，表示 A 願給予 D 的最大提議低於雇主之保留值，以至於 D 不可能接受 A 的提議。因此，C 仍將給予 D 最低保留值 J_0，而 D 也不會離開 C。同理，由 (3) 式可得 $\bar{\omega}_{DA}<V_0$，D 願給 A 的最大提議低於勞工之保留值，A 不可能接受 D 之提議。因此，B 仍將給予 A 最低保留值 V_0，而 A 也不會離開 B。在直觀上，由於新配對的生產力低於原配對，所以 A 和 D 沒有動機離開原配對。因此，在此情形下，議價結果將與 A

和 D 相遇之前一模一樣。若令 Γ_X 表示個體 X 因 A 與 D 相遇而得到的預期資本利得 (capital gains)，則在此情況下，可知 $\Gamma_A = \Gamma_B = \Gamma_C = \Gamma_D = 0$。

(ii) $M_i < M_k < M_j$。在此情形下，由 (1) 式及 (2) 式可得 $J_0 < \bar{\omega}_{AD} < \bar{\omega}_{CD}$，[8] 亦即 C 對 D 之最大提議高於 A 對 D 之最大提議。因此，當 A 與 C 進行 Bertrand 競爭時，C 可對 D 提議略微高於 $\bar{\omega}_{AD}$，如此便可打敗 A 的提議，而 D 也不會離開 C。因此，C 和 D 的預期報酬將為

$$\Pi_C = \beta V_0 + (1-\beta)(M_j - \bar{\omega}_{AD}),$$
$$\Pi_D = \beta(M_j - V_0) + (1-\beta)\bar{\omega}_{AD}。 \tag{5}$$

在直觀上，由於新配對的生產力高於 A 與 B 之原配對，A 願意給予 D 高於保留值的報酬並形成新配對。但由於新配對的生產力仍不夠高，C 在競價時可以打敗 A，而雇主 D 則會因此而獲更多的報酬。另一方面，由 (3) 式仍可得 $\bar{\omega}_{DA} < V_0$。因此，同前述狀況 (i)，若 B 有提議權，B 仍將給予 A 最低保留值 V_0，而 A 也不會離開 B。所以，A 和 B 的預期報酬與狀況 (i) 時相同。若將每人的預期報酬減去 A 與 D 相遇前的報酬，可得預期資本利得為

$$\Gamma_A = \Gamma_B = 0, \quad \Gamma_C = \Pi_C - \underline{\Pi}_C = -(1-\beta)(M_k - M_i),$$
$$\Gamma_D = \Pi_D - \underline{\Pi}_D = (1-\beta)(M_k - M_i)。 \tag{6}$$

(iii) $M_j < M_k < M_i + M_j - M_0$。在此情形下，由 (3) 式及 (4) 式可得 $V_0 < \bar{\omega}_{DA} < \bar{\omega}_{BA}$，亦即 B 對 A 之最大提議高於 D 對 A 之最大提議。因此，當 B 與 D 進行 Bertrand 競爭時，B 的提議略微高於 $\bar{\omega}_{DA}$ 即可打敗 D 的提議並留住 A。因此，A

---

[8] 由 (1) 式及 (2) 式可得
$\bar{\omega}_{CD} - \bar{\omega}_{AD} = M_j - V_0 - M_k + (M_i - J_0) = (M_j - M_k) + (M_i - M_0) > 0$。

和 B 的預期報酬成為

$$\Pi_A = \beta\bar{\omega}_{DA} + (1-\beta)(M_i - J_0),$$
$$\Pi_B = \beta(M_i - \bar{\omega}_{DA}) + (1-\beta)J_0。 \tag{7}$$

在直觀上，由於新配對的生產力高於 C 與 D 之原配對，D 願意給予 A 高於保留值的報酬並形成新配對。但由於新配對的生產力仍不夠高，B 在競價時可以打敗 D，而勞工 A 則會因此而獲更多的報酬。若將每人的預期報酬減去 A 與 D 相遇前的報酬，A 和 B 的預期資本利得為

$$\Gamma_A = \Pi_A - \underline{\Pi}_A = \beta(M_k - M_j),$$
$$\Gamma_B = \Pi_B - \underline{\Pi}_B = -\beta(M_k - M_j)。 \tag{8}$$

C 和 D 的預期資本利得則維持與狀況 (ii) 時相同。

(iv) $M_k > M_i + M_j - M_0$。在此情形下，由 (1) 式與 (4) 式可得 $\bar{\omega}_{AD} > \bar{\omega}_{CD}$，且 $\bar{\omega}_{DA} > \bar{\omega}_{BA}$，亦即，$A$ 願給予 D 的最大提議已高於 C 願給予 D 的最大提議，而且 D 願給予 A 的最大提議也高於 B 願給予 A 的最大提議。此時，若 A 和 C 同時對 D 提議，A 的提議可些微高於 $\bar{\omega}_{CD}$ 即可打敗 C 的提議，而 D 也會離開 C 去和 A 形成新的配對。同理，若 B 和 D 同時對 A 提議，D 的提議可些微高於 $\bar{\omega}_{BA}$ 即可打敗 B 的提議，而 A 也會選擇接受 D 的提議。所以，在此情形下，A 和 D 將形成新的配對，而 B 和 C 將成為未配對的狀態。每人的預期報酬將為

$$\Pi_A = \beta\bar{\omega}_{BA} + (1-\beta)(M_k - \bar{\omega}_{CD}),$$
$$\Pi_B = J_0，\Pi_C = V_0，\Pi_D = \beta(M_k - \bar{\omega}_{BA}) + (1-\beta)\bar{\omega}_{CD}。 \tag{9}$$

若將每人的預期報酬減去 A 與 D 相遇前的報酬，每人的預期資本利得為

$$\Gamma_A = \Pi_A - \underline{\Pi}_A = (1-\beta)(M_k + M_0 - M_i - M_j) + \beta(M_i - M_0) \text{，} \tag{10}$$

$$\Gamma_B = \Pi_B - \underline{\Pi}_B = -\beta(M_i - M_0) \text{，} \tag{11}$$

$$\Gamma_C = \Pi_C - \underline{\Pi}_C = -(1-\beta)(M_j - M_0) \text{，} \tag{12}$$

$$\Gamma_D = \Pi_D - \underline{\Pi}_D = \beta(M_k + M_0 - M_i - M_j) + (1-\beta)(M_j - M_0) \text{。} \tag{13}$$

表 2　勞工及雇主在新配對出現後的預期資本利得

	(i) $M_k < M_i$	(ii) $M_i < M_k < M_j$	(iii) $M_j < M_k <$ $M_i + M_j - M_0$	(iv) $M_i + M_j - M_0 < M_k$
Γ_A	0	0	$\beta(M_k - M_j)$	$(1-\beta)(M_k + M_0 - M_i - M_j)$ $+\beta(M_i - M_0)$
Γ_B	0	0	$-\beta(M_k - M_j)$	$-\beta(M_i - M_0)$
Γ_C	0	$-(1-\beta)(M_k - M_i)$	$-(1-\beta)(M_k - M_i)$	$-(1-\beta)(M_j - M_0)$
Γ_D	0	$(1-\beta)(M_k - M_i)$	$(1-\beta)(M_k - M_i)$	$\beta(M_k + M_0 - M_i - M_j)$ $+(1-\beta)(M_j - M_0)$

資料來源：本研究整理。

由以上可知，只有在狀況 (iv)，亦即 $M_k + M_0 > M_i + M_j$ 的時候，勞工 A 及雇主 D 才會離開原有的工作夥伴並形成一個新的配對。這個條件也可解釋為，新產生的型 k 工作及未配對人口的價值 $(M_k + M_0)$，必需高於既有的型 i 及型 j 工作的價值 $(M_i + M_j)$。因此，若以 ϕ_{ij}^k 表示一個型 i 勞工遇到一個型 j 雇主後，在獲得生產力 y_k 後，決定形成配對的機率，可知：

$$\phi_{ij}^k \begin{cases} =1 & \text{若 } M_k - M_i - M_j + M_0 > 0 \\ \in [0,1] & \text{若 } M_k - M_i - M_j + M_0 = 0 \text{。} \\ =0 & \text{若 } M_k - M_i - M_j + M_0 < 0 \end{cases} \tag{14}$$

由以上的分析可知，當勞工 A 與雇主 D 相遇後，他們的預期利得有兩種，第一種是狀況 (iv) 之下的 Γ_A 及 Γ_D 所示，雙方願意離開原工作夥伴而形成新配對時的利得；為行文方便，我們將此稱為「配對利得」。而第二種則是狀況 (ii) 及 (iii) 之下的 Γ_A 及 Γ_D 所示，雙方不願離開原工作夥伴時的利得；我們將此稱為「未配對利得」。要強調的是，即使兩人決定不配對，只要新生產力高於兩人的原生產力 ($M_k > M_i$ 或 $M_k > M_j$)，他們仍可能獲取利得。這是因為如前所述，他們的配對若是生產力夠高，會對原工作夥伴構成威脅，導致他們的原工作夥伴願意在議價時分配給他們更多的報酬，以留住他們。相對應地，他們的原工作夥伴的損失 (Γ_B 及 Γ_C) 也可分為兩人配對所造成的損失，以及兩人不配對時所造成的損失。若令 $[x]_+ = \max\{x,0\}$ 表示變數 x 之正部 (positive part)，則狀況 (i) 至 (iii) 的「未配對利得」及「未配對損失」可以歸納起來表示為以下各式：

$$\Gamma_A = \beta\left[M_k - M_i\right]_+，\Gamma_D=(1-\beta)\left[M_k - M_i\right]_+，\Gamma_B = -\Gamma_A，\Gamma_C = -\Gamma_D。 \tag{15}$$

總結本節，勞資相遇後，相關人士之預期利得可以整理成以下的命題 1。若 $\beta = 1/2$，此命題可還原成 Kiyotaki and Lagos (2007) 的命題 3。

[命題 1]　假設一位型 $\boldsymbol{i}$ 勞工遇到一位型 $\boldsymbol{j}$ 雇主，且獲得生產力 $\boldsymbol{y_k}$。

(1) 如 Γ_A 所示，若此位勞工離開原雇主而與新雇主形成新的工作配對，可得配對利得 $(1-\beta)(M_k + M_0 - M_i - M_j) + \beta(M_i - M_0)$；若不離開原雇主，可得未配對利得 $\beta[M_k - M_j]_+$。將配對利得及未配對利得兩者依各自發生的機率加權後加總，可得勞工的預期利得為：

$$g_{ij}^k = \phi_{ij}^k\left[\left(1-\beta\right)\left(M_k + M_0 - M_i - M_j\right) + \beta\left(M_i - M_0\right)\right] + \left(1-\phi_{ij}^k\right)\beta[M_k - M_j]_+。 \tag{16}$$

(2) 如 Γ_D 所示，若此位雇主離開原勞工而與新勞工形成新的工作配對，可得配對利得 $\beta(M_k+M_0-M_i-M_j)+(1-\beta)(M_j-M_0)$；若不離開原勞工，可得未配對利得 $(1-\beta)[M_k-M_i]_+$。將配對利得及未配對利得兩者依各自發生的機率加權後加總，可得雇主的預期利得為

$$G_{ij}^k=\phi_{ij}^k\left[\beta\left(M_k+M_0-M_i-M_j\right)+\left(1-\beta\right)\left(M_j-M_0\right)\right]\\+\left(1-\phi_{ij}^k\right)\left(1-\beta\right)[M_k-M_i]_+。\quad(17)$$

(3) 如 Γ_B 所示，若此位勞工離開原雇主，則原雇主之配對損失為 $\beta(M_i-M_0)$；反之，則原雇主之未配對損失為 $\beta[M_k-M_j]_+$。將配對損失及未配對損失兩者依各自發生的機率加權後加總，可得原雇主之預期損失為

$$L_{ij}^k=\beta\left\{\phi_{ij}^k(M_i-M_0)+(1-\phi_{ij}^k)[M_k-M_j]_+\right\}。\quad(18)$$

(4) 如 Γ_C 所示，若此位雇主離開原勞工，則原勞工之配對損失為 $(1-\beta)(M_j-M_0)$；反之，則原勞工之未配對損失為 $(1-\beta)[M_k-M_i]_+$。將配對損失及未配對損失兩者依各自發生的機率加權後加總，可得原勞工之預期損失為

$$\ell_{ij}^k=\left(1-\beta\right)\left\{\phi_{ij}^k(M_j-M_0)+(1-\phi_{ij}^k)[M_k-M_i]_+\right\}。\quad(19)$$

2.3 雇主的終身效用與投資決策

若令 n_i 及 m_j 分別表示型 i 勞工及型 j 雇主的人數，一位型 j 已配對 ($j=1,2$) 雇主的終身效用 J_j 可表示為下列的微分方程式：

$$rJ_j-\dot{J}_j=\left(2y_j-w_j\right)-\delta\left(J_j-J_0\right)+\sum_{i=0}^{2}\alpha n_i\max_{\pi_{ij}}\left[\sum_{k=1}^{2}p_{ij}^kG_{ij}^k-c\left(\pi_{ij}\right)\right]\\-\sum_{i=0}^{2}\alpha m_i\sum_{k=1}^{2}p_{ji}^kL_{ji}^k。\quad(20)$$

在上式中，$\dot{J}_j = \mathrm{d}J_j / \mathrm{d}t$ 表示 J_j 的瞬時改變（以下亦同），r 為折現率，右手邊的第一項 $2y_j - w_j$ 為雇主的瞬時利潤 (instantaneous profit)，w_j 為勞工薪資。[9] 第二項 $\delta(J_j - J_0)$ 為外生性工作毀滅所導致的損失。第三項是與各類型勞工相遇所產生的預期利得，減去投資成本，其中 αn_i 為雇主隨機遇到一位型 i 勞工的機率；p_{ij}^k 表示一位型 i 勞工與一位型 j 雇主相遇之後，獲得生產力 y_k 的機率；而 G_{ij}^k 表示此時雇主的預期利得，如命題 1 之 (2) 所示。若此時雇主的投資為 π_{ij}，則抽得 y_2 的機率為 $p_{ij}^2 = \pi_{ij}$；而抽得 y_1 的機率為 $p_{ij}^1 = 1 - \pi_{ij}$。最後一項是雇主因既有的勞工夥伴與各類型雇主相遇之後，所導致的預期損失。其中 αm_i 為勞工隨機遇到一位型 i 雇主的機率；而 L_{ji}^k 表示型 j 勞工與型 i 雇主相遇且獲得生產力 y_k 後，原雇主的預期損失，如命題 1 之 (3) 所示。

同理，一位型 0（未配對）雇主的終身效用可表示為

$$\begin{aligned} rJ_0 - \dot{J}_0 &= \sum_{i=0}^{2} \alpha n_i \max_{\pi_{i0}} \left[\sum_{k=1}^{2} p_{i0}^k G_{i0}^k - c(\pi_{i0}) \right] \\ &= \sum_{i=0}^{2} \alpha n_i \max_{\pi_{i0}} \left\{ \sum_{k=1}^{2} p_{i0}^k \beta [M_k - M_i]_+ - c(\pi_{i0}) \right\} 。 \end{aligned} \tag{21}$$

上式右手邊為進入勞動市場，與各類型勞工相遇所產生的預期利得，減去投資成本。其中 G_{i0}^k 的意義可對應於 (20) 式中的 G_{ij}^k 且令 $j = 0$，其他各項如 p_{i0}^k 及 π_{i0} 的意義亦同。

雇主的最適投資決策可由 (20) 式及 (21) 式對 π_{ij} 微分而得：

---

9 薪資可視為工作配對在每個時間點的總產出 ($2y_j$) 分配給勞工的部份，這項分配是達成報酬的分配的工具。參見 Kiyotaki and Lagos (2007) 文中類似的設定。

$$
\begin{aligned}
c'(\pi_{ij}) &= G_{ij}^2 - G_{ij}^1 \\
&= \phi_{ij}^2\left[\beta(M_2 + M_0 - M_i - M_j) + (1-\beta)(M_j - M_0)\right] \\
&\quad +(1-\phi_{ij}^2)(1-\beta)\left[M_2 - M_i\right]_+ \\
&\quad -\phi_{ij}^1\left[\beta(M_2 + M_0 - M_i - M_j) + (1-\beta)(M_j - M_0)\right] \\
&\quad -(1-\phi_{ij}^1)(1-\beta)\left[M_1 - M_i\right]_+,
\end{aligned}
\tag{22}
$$

其中 $i, j = 0,1,2$。上式左手邊為投資的邊際成本，而右手邊為工作配對的預期利得因投資所得到的提昇。當投資為最適時，兩者應相等。如第 2.2 節所述，型 j 雇主遇見型 i 勞工的利得 G_{ij}^k 包含「配對利得」及「未配對利得」，投資的目的是為了獲得更高的生產力，以便提昇這些利得。

2.4 勞工的終身效用

與第 2.3 節類似，一位型 j 已配對（$j = 1,2$）勞工的終身效用 V_j 可表示為下列的微分方程式：

$$
rV_j - \dot{V}_j = w_j - \delta\left(V_j - V_0\right) + \sum_{i=0}^{2}\alpha m_i \sum_{k=1}^{2} p_{ji}^k g_{ji}^k - \sum_{i=0}^{2}\alpha n_i \sum_{k=1}^{2} p_{ij}^k \ell_{ij}^k。\tag{23}
$$

上式右手邊第一項 w_j 為勞工薪資，第二項 $\delta(V_j - V_0)$ 為外生性工作毀滅所導致的損失。第三項是與各類型雇主相遇所產生的預期利得，其中 g_{ji}^k 表示型 j 勞工與型 i 雇主相遇之後，在生產力為 y_k 的條件下，勞工的預期利得，如命題 1 之 (1) 所示。最後一項是勞工因目前配對的雇主與各類型勞工相遇之後，所導致的預期損失，如命題 1 之 (4) 所示。

同理，一位型 0（未配對）勞工的終身效用可表示為

$$
rV_0 - \dot{V}_0 = \sum_{i=0}^{2}\alpha m_i \sum_{k=1}^{2} p_{0i}^k g_{0i}^k = \sum_{i=0}^{2}\alpha m_i \sum_{k=1}^{2} p_{0i}^k \left(1-\beta\right)[M_k - M_i]_+。\tag{24}
$$

上式右手邊為進入勞動市場，與各類型雇主相遇所產生的預期利得。其中 g_{0i}^k 的意義可對應於 (23) 式中的 g_{ji}^k 且令 $j=0$ ，其他各項亦同。

2.5 工作配對的總和價值

若將(20)式與(23)式相加，一個型 j 工作的總和價值 M_j 可表示為

$$\begin{aligned} rM_j - \dot{M}_j &= 2y_j - \delta(M_j - M_0) \\ &\quad + \alpha\sum_{i=0}^{2} n_i\left[\beta\sum_{k=1}^{2} p_{ij}^k \phi_{ij}^k (M_k + M_0 - M_i - M_j) - c(\pi_{ij})\right] \\ &\quad + \alpha\sum_{i=0}^{2} m_i\left[(1-\beta)\sum_{k=1}^{2} p_{ji}^k \phi_{ji}^k (M_k + M_0 - M_i - M_j)\right], \end{aligned} \tag{25}$$

其中雇主投資 π_{ij} 是由(22)式決定。在上式的推導中，我們利用了以下的結果：$G_{ij}^k - \ell_{ij}^k = \beta\phi_{ij}^k(M_k + M_0 - M_i - M_j)$ ，以及 $g_{ji}^k - L_{ji}^k = (1-\beta)$ $\phi_{ji}^k(M_k + M_0 - M_i - M_j)$ 。

同理，若將 (21) 式與 (24) 式相加， M_0 可表示為

$$\begin{aligned} rM_0 - \dot{M}_0 &= \alpha\sum_{i=0}^{2} n_i\left[\sum_{k=1}^{2} p_{i0}^k \beta\left[M_k - M_i\right]_+ - c\left(\pi_{i0}\right)\right] \\ &\quad + \alpha\sum_{i=0}^{2} m_i \sum_{k=1}^{2} p_{0i}^k \left(1-\beta\right)[M_k - M_i]_+ , \end{aligned} \tag{26}$$

其中 π_{i0} 亦是由 (22) 式決定。

2.6 就業人數的動態

由於一個工作配對是由一位勞工及一位雇主組成，可知同類型

的勞工及雇主人數必相同，亦即$n_i = m_i$。若令 $i = 1,2$，則型 i工作的人數將依下式動態調整：

$$\dot{n}_i = \sum_{k=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\alpha n_k m_j p_{kj}^i \phi_{kj}^i - \sum_{j=0}^{2}\alpha n_i m_j \sum_{k=1}^{2} p_{ij}^k \phi_{ij}^k$$

$$- \sum_{j=0}^{2}\alpha n_j m_i \sum_{k=1}^{2} p_{ji}^k \phi_{ji}^k - \delta n_i 。 \tag{27}$$

上式右手邊第一項為勞動市場上瞬時創造出來的型i工作數，這是經由型k勞工與型j雇主相遇（相遇數為$\alpha n_k m_j$），而後獲得生產力y_i（機率為p_{kj}^i），且兩人願意形成配對（機率為ϕ_{kj}^i）而產生的。第二項為型i勞工在遇到新雇主後，自願離開原雇主而形成的型i工作的毀滅。同理，第三項為型i雇主在遇到新勞工後，自願離開原勞工而形成的型i工作的毀滅。最後一項則是外生性的工作毀滅。由於總勞工數假設為 1，所以未配對的勞工數為

$$n_0 = 1 - n_1 - n_2 。 \tag{28}$$

2.7 市場均衡

利用上述的個體最適化決策以及總體就業人數的變動法則，一個分散市場的均衡可定義如下：

[定義 1] **均衡包含了雇主的投資決策$\{\pi_{ij}\}_{i,j\in\{0,1,2\}}$，勞工與雇主的配對決策$\{\phi_{ij}^1,\phi_{ij}^2\}_{i,j\in\{0,1,2\}}$，工作的總和價值函數$\{M_0,M_1,M_2\}$，以及總體就業人數$\{n_0,n_1,n_2\}$，使得**

(1) 給定$\{n_0,n_1,n_2\}$，個體的投資及配對決策以及工作的總和價值是由 (14) 式、(22) 式、(25) 式及 (26) 式所刻劃；

(2) 總體就業人數是由 (27) 式以及 (28) 式所刻劃。

2.8 社會最適

社會規劃者 (social planner) 的目標函數是未來的總體消費的折現值，可寫為

$$\int_0^\infty e^{-rt}\left[\sum_{i=1}^{2}2y_in_i-\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\alpha n_im_jc\left(\pi_{ij}\right)\right]\mathrm{d}t。 \tag{29}$$

在上式中，被積分式為時間點為 t 時的總體產出減去投資成本之淨值。社會規劃者追求目標函數的極大化，同時受限於就業人數的動態 (27) 式及 (28) 式。這個最適化問題可用 Pontryagin 極大化原則 (maximum principle) 進行求解。若 λ_i 及 λ_0 為對應於 (27) 式及 (28) 式之乘數，則最適化問題之哈密爾頓函數 (Hamiltonian)可寫為

$$\begin{aligned}\mathcal{H}=&\sum_{i=1}^{2}y_in_i-\delta\sum_{i=1}^{2}(\lambda_i-\lambda_0)n_i\\&+\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\alpha n_im_j\left[\sum_{k=1}^{2}p_{ij}^k\phi_{ij}^k\left(\lambda_k-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0\right)-c\left(\pi_{ij}\right)\right]。\end{aligned} \tag{30}$$

依極大化原則，對 ϕ_{ij}^k 和 π_{ij} 的一階條件可寫為

$$\phi_{ij}^{k*}\begin{cases}=1 & \text{若 } \lambda_k-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0>0\\ \in\left[0,1\right] & \text{若 } \lambda_k-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0=0\text{，}\\ =0 & \text{若 } \lambda_k-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0<0\end{cases} \tag{31}$$

以及

$$c'\left(\pi_{ij}^*\right)=\left(\lambda_2-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0\right)\phi_{ij}^{2*}-\left(\lambda_1-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0\right)\phi_{ij}^{1*}\text{，} \tag{32}$$

其中 π_{ij}^* 和 ϕ_{ij}^{k*} 代表所對應的變數之最適解。若讀者需要更詳細的數學推導，可參考本文的工作底稿。乘數 λ_i 的經濟意義是型 i 工作的邊際價值。若一位型 i 勞工與一位型 j 雇主離開原工作夥伴而形成一個新的型 k 配對，社會上會增加一個型 k 工作和一對型 0 勞工及雇

主，但同時失去各一個型 i 及型 j 工作。因此，這個過程創造出的社會淨價值為 $\lambda_k-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0$。(31) 式表示，惟有當此淨價值大於零，型 i 勞工與型 j 雇主才應形成新的配對。

在 (32) 式的右手邊，$(\lambda_2-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0)\phi_{ij}^{2*}$ 和 $(\lambda_1-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0)\phi_{ij}^{1*}$ 分別代表形成一個型 2 及型 1 工作所帶來的社會價值，這兩者的差距是投資所帶來的邊際利益。(32) 式表示在社會達到最適時，投資的邊際利益應等於左手邊的邊際成本。

若比較 (22) 式與 (32) 式，我們可以知道，社會最適的投資是為了提昇工作配對的社會價值；反之，私人投資的目的是為了提昇雇主的價值。因此，(22) 式與 (32) 式的形式不同。尤其是如第 2.3 節所述，在雇主與新勞工相遇後，雇主可以有「配對利得」及「未配對利得」，兩種利得均可成為雇主進行投資的動機。但由社會最適的角度，不會有「未配對利得」。因此，在社會最適時，若兩人不形成配對，則無投資之意義。有關私人投資的效率性，會在第3節中詳述。

此外，由 (31) 式和 (32) 式可知，社會的最適選擇是對 i 和 j 對稱的，因為對所有的 i、j 和 k，我們可得 $\pi_{ij}^*=\pi_{ji}^*$，以及 $\phi_{ij}^{k*}=\phi_{ji}^{k*}$。利用這項結果，以及對 n_i 的最適條件，我們可以得到 λ_i 的動態調整式：

$$\begin{aligned} r\lambda_i-\dot{\lambda}_i &= 2y_i-\delta\left(\lambda_i-\lambda_0\right) \\ &\quad+2\alpha\sum_{j=0}^{2}n_j^*\left[\sum_{k=1}^{2}p_{ij}^{k*}\phi_{ij}^{k*}\left(\lambda_k-\lambda_i-\lambda_j+\lambda_0\right)-c\left(\pi_{ij}^*\right)\right], \end{aligned} \tag{33}$$

其中 n_j^* 是社會最適下型 j 工作的數目，而 $p_{ij}^{2*}=\pi_{ij}^*$，以及 $p_{ij}^{1*}=1-\pi_{ij}^*$。利用對 n_0 的最適條件，我們可以得到 λ_0 的動態調整式：

$$r\lambda_0-\dot{\lambda}_0=2\alpha\sum_{j=0}^{2}n_j^*\left[\sum_{k=1}^{2}p_{0j}^{k*}\phi_{0j}^{k*}\left(\lambda_k-\lambda_j\right)-c\left(\pi_{0j}^*\right)\right]。 \tag{34}$$

總結以上，社會最適可由 (27) 式至 (34) 式刻劃。

3. 扭曲及投資的效率

3.1 市場均衡與社會最適

為清楚說明市場均衡的效率，我們將前述的市場均衡及社會最適的條件展開並比較。我們的討論及分析集中在恆定狀態 (steady state)，亦即就業人數及價值函數均為常數的狀態。遵循 Kiyotaki and Lagos (2007) 所示，由於 $y_0 < y_1 < y_2$，市場均衡下的工作價值應具有單調的性質，亦即 $M_0 < M_1 < M_2$。利用此性質，由 (14) 式可得 $\phi_{00}^1 = \phi_{00}^2 = 1$，這是因為若勞資雙方原來均為未配對，則他們相遇之後，不論獲得生產力為 y_1 或 y_2，均會為他們帶來工作的價值，因此他們樂於組成新配對。由同式亦可知，$\phi_{01}^2 = \phi_{10}^2 = 1$，這是因為若勞資雙方其中一人原來為未配對，而另一人原來為型 1，當他們相遇之後獲得生產力 y_2，這會高於兩人原本的生產力，帶來工作價值的提昇，因此兩人會樂於組成新配對。由 (14) 式亦可得 $\phi_{01}^1 = \phi_{10}^1 = \phi_{02}^1 = \phi_{20}^1 = \phi_{11}^1 = \phi_{12}^1 = \phi_{21}^1 = \phi_{02}^2 = \phi_{20}^2 = \phi_{12}^2 = \phi_{21}^2 = \phi_{22}^1 = \phi_{22}^2 = 0$，這是因為若勞資雙方在相遇後，所獲取的生產力未能超過兩人之間最大的既有生產力，則既有生產力高者寧願留在原配對，因此不會形成新配對。尚未能確定的配對決策僅有 ϕ_{11}^2，這是發生在當兩個型 1 的勞工及雇主相遇，而且生產力是 y_2 的情況。

由 (14) 式可知，若 $M_2 + M_0 - 2M_1 > 0$，則 $\phi_{11}^2 = 1$。亦即，當兩人配對所創造出的工作價值 $M_2 + M_0$（一個型 2 工作、一個失業勞工、及一個未配對雇主的價值總和）高於所毀滅的工作價值 $2M_1$（兩個型 1 工作的價值總和）時，兩方才會形成配對。為簡化分析，定義市場均衡下工作間價值差距為 $D_2 = M_2 - M_1$，及 $D_1 = M_1 - M_0$。由 (14) 式可知，

$$\phi_{11}^{2}\begin{cases}=1 & 若\ D_2-D_1>0\\ \in[0,1] & 若\ D_2-D_1=0,\\ =0 & 若\ D_2-D_1<0\end{cases}\tag{35}$$

其中 $D_2-D_1=M_2+M_0-2M_1$。為了簡化符號，以下我們將令 $\varphi\equiv\phi_{11}^{2}$。

由 (22) 式可得 $\pi_{20}=\pi_{21}=\pi_{22}=0$，這是因為當勞工是型 2 時，不會願意與新雇主形成配對，而雇主也無法由相遇中獲利，因此雇主沒有動機進行投資。由 (22) 式亦可得：

$$c'(\pi_{00})=c'(\pi_{01})=c'(\pi_{10})=\beta D_2,\tag{36}$$

$$c'(\pi_{02})=c'(\pi_{12})=(1-\beta)D_2,\tag{37}$$

$$c'(\pi_{11})=\varphi\left[\beta(D_2-D_1)+(1-\beta)D_1\right]+(1-\varphi)(1-\beta)D_2。\tag{38}$$

由先前的討論可知，當勞資雙方至少一人為未配對，且另一人為未配對或為型 1 時，若在相遇後獲得生產力 y_2，雙方必定會形成新配對 ($\phi_{00}^{2}=\phi_{10}^{2}=\phi_{01}^{2}=1$)。因此，(36) 式表示，雇主有動機進行投資，以提高獲得 y_2 的機率，進而提昇其「配對利得」。由 (36) 式亦可知，$\pi_{00}=\pi_{01}=\pi_{10}$。

其次，當雇主為型 2，且勞工為未配對或型 1 時，即便獲得生產力 y_2，雙方也不會形成配對 ($\phi_{02}^{2}=\phi_{12}^{2}=0$)。但由 (37) 式可知，此時雇主仍可能進行投資。這是因為如第 2.3 節所述，此時雇主仍可能有「未配對利得」，投資的目的便是在提昇此一利得。此外，由 (38) 式可知，若勞資雙方均為型 1，投資的水準需視兩人是否形成配對（φ 為 0 或 1）而定。

在社會最適方面，如 Kiyotaki and Lagos (2007) 所示，由於 $y_0<y_1<y_2$，工作的社會價值亦具有單調的性質，亦即 $\lambda_0<\lambda_1<\lambda_2$。利用此性質，由 (31) 式可得社會最適的配對決策為 $\phi_{00}^{1*}=\phi_{00}^{2*}=\phi_{01}^{2*}=\phi_{10}^{2*}=1$，以及 $\phi_{01}^{1*}=\phi_{10}^{1*}=\phi_{02}^{1*}=\phi_{20}^{1*}=\phi_{11}^{1*}=\phi_{12}^{1*}=\phi_{21}^{1*}=\phi_{22}^{1*}=\phi_{02}^{2*}=\phi_{20}^{2*}=\phi_{12}^{2*}=\phi_{21}^{2*}=\phi_{22}^{2*}=0$。對上述這些勞資組合而言，社會最適的配對決

策與市場均衡時是一致的。尚未能確定的配對決策僅有 ϕ_{11}^{2} 。

為簡化分析，定義社會最適下工作間價值差距為 $\Lambda_2 = \lambda_2 - \lambda_1$ ，及 $\Lambda_1 = \lambda_1 - \lambda_0$ 。由 (31) 式可得

$$\phi_{11}^{2*} \begin{cases} =1 & \text{若 } \Lambda_2 - \Lambda_1 > 0 \\ \in [0,1] & \text{若 } \Lambda_2 - \Lambda_1 = 0, \\ =0 & \text{若 } \Lambda_2 - \Lambda_1 < 0 \end{cases} \tag{39}$$

其中 $\Lambda_2 - \Lambda_1 = \lambda_2 + \lambda_0 - 2\lambda_1$。為了簡化符號，以下我們將令 $\varphi^* = \phi_{11}^{2*}$ 。

由 (32) 式可知， $\pi_{02}^* = \pi_{20}^* = \pi_{12}^* = \pi_{21}^* = \pi_{22}^* = 0$ 。這項結果表示，若勞資其中一方為型 2，則社會最適投資應為 0。這是因為如前述，在此時勞資雙方並不會形成配對，所以社會最適時不應投資。而其他的社會最適投資決策則為以下各式所刻劃：

$$c'\left(\pi_{00}^*\right) = c'\left(\pi_{01}^*\right) = c'\left(\pi_{10}^*\right) = \Lambda_2, \tag{40}$$

$$c'\left(\pi_{11}^*\right) = \varphi^*\left(\Lambda_2 - \Lambda_1\right)。 \tag{41}$$

由 (40) 式可知，若勞資有一方為未配對，且另一方為未配對或型 1，則社會最適時應進行投資，而且 $\pi_{00}^* = \pi_{01}^* = \pi_{10}^*$ 。這是因為在此時勞資雙方會形成配對，所以社會最適時應投資以提昇配對的價值。此外，由 (41) 式可知，若勞資雙方均為型 1，投資的水準需視配對所產生的社會淨利得而定。

3.2 市場失靈的原因

首先比較市場均衡及社會最適的配對決策，由前面的討論可知，除了 φ 可能異於 φ^* 之外，其餘的配對決策都是市場均衡與社會最適一致，也就是有效率的。若比較 (35) 式與 (39) 式，可知若是 $M_i = \lambda_i$ ，則 $\varphi = \varphi^*$ 。其次，比較市場均衡及社會最適的投資決策。若 $\beta = 1$ 且 $M_i = \lambda_i$ ，則 (36) 式與 (40) 式相等，(38) 式及 (41) 式相

等，而且由 (37) 式可得 $\pi_{02}=\pi_{12}=0$，等同社會最適的 $\pi_{02}^*=\pi_{12}^*=0$。[10]

由以上的討論可知，$M_i \neq \lambda_i$ 以及 $\beta<1$ 是市場失靈的兩個原因，我們先討論前者。如 Kiyotaki and Lagos (2007) 所示，市場均衡與社會最適下的工作價值函數並不相同，兩者的差異是由組合外部性所造成的。所謂組合外部性是指，個體的配對或拆夥的決定，會影響他人配對或拆夥的機率。例如，若是拆散一個型 j 工作，也將降低他人遇到型 j 勞工及雇主的機率。由於這項外部性的出現，市場均衡往往傾向於低估一個工作的價值，亦即 $M_i<\lambda_i$。再者，由於高生產力的勞工及雇主會較低生產力的個體有較少的換工作的誘因，因此有較低的流動性，也會有較少的組成外部性。所以，由經濟直觀可知，工作的社會價值與市場價值間的差距，在低生產力較低的工作會較大，亦即 $\lambda_0-M_0>\lambda_1-M_1>\lambda_2-M_2$。經由簡單的移項整理，可得 $M_2-M_1>\lambda_2-\lambda_1$，以及 $M_1-M_0>\lambda_1-\lambda_0$，亦即 $D_2>\Lambda_2$ 以及 $D_1>\Lambda_1$。

為區分套牢問題及組合外部性的效果，我們可以暫時假設 $\beta=1$ 以便排除套牢問題。在此假設下，由於 $D_2>\Lambda_2$，比較 (36) 式與 (40) 式可以得知，在市場均衡下的 π_{00}、π_{01} 及 π_{10} 會大於社會最適的 π_{00}^*、π_{01}^* 及 π_{10}^*，這表示若勞工或雇主有一人為型 0，則組合外部性會導致過度投資。在直觀上，若雇主是未配對或低生產力的，當他與低生產力勞工相遇時，會樂於投資，以提高形成一個高生產力配對的機率。由於雙方會形成新配對，會產生組合外部性，放大配對利得，進而提高投資誘因。

其次，在 $\beta=1$ 的假設下，由 (37) 式可得 $\pi_{02}=\pi_{12}=0$，表示型 2 雇主不會進行投資。在直觀上，若雇主是高生產力的，當他與低生產力勞工相遇時，他不會離開原來的高生產力配對（因為新配對不

---

[10] 在理論上，若是政府能讓雇主得到全部的議價能力 ($\beta\to 1$)，則可以除去套牢問題。接著補貼利率，讓利率下降一半 ($(r+\delta)\to(r+\delta)/2$)，同時課所得稅，讓產出下降一半 ($y_i\to y_i/2$)，則可以消去組合外部性，使得 $M_i=\lambda_i$。類似的消去組合外部性的做法可見 Kiyotaki and Lagos (2007) 之定理 2。

可能有更高的生產力）。由於沒有形成新配對，沒有組合外部性，因此組合外部性在此不影響投資。

最後，比較 (38) 式和 (41) 式可知，在 $\beta = 1$ 的假設下，$\pi_{11} = \varphi(D_2 - D_1)$。所以，若 $D_2 - D_1 < \Lambda_2 - \Lambda_1$，則 $\pi_{11} \le \pi_{11}^*$，反之亦然。

市場失靈的第二個原因是 $\beta < 1$。依傳統文獻的觀點，若是雇主（投資者）的議價能力下降，他就更可能被勞工占便宜，因此，雇主會傾向於減少投資，導致投資不足。由 (36) 式可知，市場均衡下的投資 π_{00} 、π_{01} 及 π_{10} 是為了提昇雇主的「配對利得」。在其他條件不變下，雇主的配對利得是隨著其議價能力 β 下降而減少的，因而使其投資亦隨其議價能力下降而減少，這與傳統觀點一致。此外，由這項結論也可知，對這些配對而言，套牢問題與組合外部性對投資的效率性可能有相反方向的影響。

其次，由 (37) 式可知，若 $\beta < 1$，則 π_{02} 與 π_{12} 可能為正，但對應的 $\pi_{02}^* = \pi_{12}^* = 0$。這表示市場均衡下的 π_{02} 及 π_{12} 過高，表示型 2 雇主不論遇到型 0 或型 1 的勞工，都有過度投資的行為。更有趣的是，由前述的個體配對決策可知，$\phi_{02}^2 = \phi_{12}^2 = 0$，表示型 2 雇主不論遇到型 0 或型 1 的勞工，都不會與之配對。這是因為在市場均衡下，廠商有提昇「未配對利得」的投資動機，但社會最適並無此動機。在其他條件不變下，雇主的未配對利得是隨著其議價能力 β 下降而增加的。因此，這些雇主的投資是會隨著雇主的議價能力下降而增加，這與傳統觀點上，套牢問題會導致投資不足的結論，是相反的。

最後，比較 (38) 式及 (41) 式可知，若 $D_2 - D_1 < 0$，則 $\varphi = 0$，雇主的「未配對利得」為 $(1-\beta)D_2$，此未配對利得會隨著 β 下降而增加。因此，雖然此時雇主不與新勞工配對，套牢問題仍會使 π_{11} 的投資增加，這是前述的尋租式投資。其次，若 $D_2 - D_1 > 0$，則 $\varphi = 1$，雇主的「配對利得」為 $\beta(D_2 - D_1) + (1-\beta)D_1 = \beta[(D_2 - D_1) - D_1] + D_1$。接著我們分兩種情形討論。若是 $D_2 - D_1 > D_1$，此配對利得會隨 β 下降而減少，雇主的投資會因而隨議價能力下降而減少，表示套牢問

題會使 π_{11} 投資減少。反之，若 $0 < D_2 - D_1 < D_1$ ，雇主的投資會隨議價能力下降而增加，表示套牢問題會使 π_{11} 投資增加。有別於尋租式投資，此過度投資是發生在雇主願與新勞工形成配對的時候。雇主的配對利得一部份來自於把新勞工從其雇主身邊挖角過來形成配對後，分得的剩餘，這相當於 $D_2 - D_1$。此外，還有新勞工為了贏得競爭，給予雇主的剩餘，這相當於 D_1。若是後者高於前者，則給予勞工較高的議價能力，勞工透過 Bertrand 競爭而讓給雇主的剩餘也更高，雇主反而獲利更多。因此，若 $0 < D_2 - D_1 < D_1$ ，則勞工的議價能力愈高（$1-\beta$ 變大），雇主反而更有投資的意願。此投資動機或可稱為「為獲取新配對的勞工讓利」的投資。

表 3 整理了以上的結論，組合外部性及套牢問題對 π_{00} 及 π_{02} 兩組的投資效率有較明確的影響，但對 π_{11} 的影響則較為複雜，需要計算出均衡及最適的工作價值才能有較明確的答案。但在直觀上，若 y_2 偏低，則型 2 工作的價值較低，容易使 $D_2 - D_1$ 偏低甚至小於零。此時組合外部性易造成 π_{11} 投資不足，而套牢問題則造成 π_{11} 過度投資。反之，若是 y_2 夠大，則兩者的作用與前述相反。

表 3　組合外部性及套牢問題對投資效率的影響

外部性	$\pi_{00}, \pi_{10}, \pi_{01}$ 投資決策	π_{02}, π_{12} 投資決策	π_{11} 投資決策
組合外部性	過度投資	無影響	(i) $D_2 - D_1 < \Lambda_2 - \Lambda_1 \Rightarrow$ 投資不足 (ii) $D_2 - D_1 > \Lambda_2 - \Lambda_1 \Rightarrow$ 過度投資
套牢問題	投資不足	過度投資	(i) $D_2 - D_1 < 0 \Rightarrow$ 過度投資 (ii) $0 < \mathrm{D}_2 - \mathrm{D}_1 < D_1 \Rightarrow$ 過度投資 (iii) $D_2 - D_1 > D_1 \Rightarrow$ 投資不足

資料來源：本研究整理。

4. 具有解析解的簡化模型

本節提出一個具有解析解的簡化模型，以便更清楚地說明兩種外部性對投資效率的影響。為簡化分析，將模型假設修改為：所有雇主在配對形成時獲得生產力 y_1 的機率為 $1-p$，而 y_2 的機率為 p。但雇主可藉投資將獲得 y_2 的機率提高為 p'，投資成本為一固定成本 $\kappa>0$。

為免模型過於複雜，在此假設 π_{11} 固定為 p，只有 π_{00} 可能透過投資而提昇到 p'。[11] 同時省略 π_{02}，因為 π_{02} 的效率很單純，由 (37) 式可知，若 $\beta<1$ 就會因套牢問題而產生尋租式的過度投資。且 π_{02} 不影響其他內生變數的決定。

由於在此簡化模型中投資為不連續值，投資決策 (36) 式應修正為

$$\pi_{00}\begin{cases}=p' & \text{若 } \beta\left(p'-p\right)D_2>\kappa \\ \in\left(p,p'\right) & \text{若 } \beta\left(p'-p\right)D_2=\kappa\text{。} \\ =p & \text{若 } \beta\left(p'-p\right)D_2<\kappa\end{cases} \tag{42}$$

亦即，若投資所得到的預期報酬 $\beta\left(p'-p\right)D_2$ 高於投資的成本 κ，則會進行投資。同理，社會最適的投資決策 (41) 式應修正為

$$\pi_{00}^{*}\begin{cases}=p' & \text{若 } \left(p'-p\right)\Lambda_2>\kappa \\ \in\left(p,p'\right) & \text{若 } \left(p'-p\right)\Lambda_2=\kappa\text{。} \\ =p & \text{若 } \left(p'-p\right)\Lambda_2<\kappa\end{cases} \tag{43}$$

影響投資及配對行為的是各型工作間的價值差距，而此差距主要源自於各型工作的生產力，y_1 及 y_2。若將 y_1 標準化為 1，則工作生產力的差距表現於 y_2 的大小。故以下的討論將聚焦在 y_2 到達何種門檻值時，社會最適及市場均衡會進行投資。藉由比較兩門檻

---

[11] 在本文的工作底稿中，我們另外討論只有 π_{11} 可能透過投資而提昇到 p'，但 π_{00} 固定為 p。

值，可以判斷市場投資是不足或過度。[12]

4.1 勞動人數

本節的討論涉及以下兩種可能的恆定狀態：U 為未配對亦未投資，亦即 $\varphi=0$ 且 $\pi_{00}=\pi_{11}=p$，以及 M 為已配對但尚未投資，亦即 $\varphi=1$ 且 $\pi_{00}=\pi_{11}=p$。兩個狀態分別標示為 U 及 M，代表「未配對」(unmatched) 及「配對」(matched)。首先分別刻劃這兩種狀態下的勞動人數。

將 $\varphi=0$ 及 $\pi_{00}=p$ 代入就業人數的均衡式 (27) 式及 (28) 式，可得恆定狀態 U 時的勞動人數為

$$n_0^U=\frac{-\delta+\sqrt{\delta^2+4\alpha\delta}}{2\alpha}，n_1^U=\frac{\alpha(n_0^U)^2\left(1-p\right)}{\delta+2\alpha n_0^U p}。\tag{44}$$

接著刻劃狀態 M 下的勞動人數。令此時的勞動人數為 n_0^M 及 n_1^M。若將 $\varphi=1$ 代入 (27) 式及 (28) 式，可知在恆定狀態時 n_0^M 及 n_1^M 需滿足

$$0=\delta\left(1-n_0^M\right)-\alpha(n_0^M)^2+\alpha p(n_1^M)^2，\tag{45}$$

$$0=\alpha(n_0^M)^2\left(1-p\right)-2\alpha n_1^M p\left(n_0^M+n_1^M\right)-\delta n_1^M。\tag{46}$$

讀者若需要詳細的數學推導，請參閱本文的工作底稿。雖然上述兩式是非線性而難以求得解析解，但可知 n_0^M 及 n_1^M 由外生參數

---

12 由於本節的投資是不連續的角隅值，此處的投資不足是指 $\pi_{00}\le\pi_{00}^*$，而過度投資是指 $\pi_{00}\ge\pi_{00}^*$，都是弱定義。例如，假設市場均衡的投資門檻（設為 ι）高於社會最適之門檻（設為 ι^*），此時若 $y_2<\iota^*$，則市場均衡及社會最適的投資均為 0，亦即 $\pi_{00}=\pi_{00}^*=p$。若 $\iota^*<y_2<\iota$，則市場均衡的投資為 0，但社會最適的投資為正，亦即 $\pi_{00}=p<\pi_{00}^*=p'$。若 $\iota<y_2$，則市場均衡及社會最適的投資均為正，亦即 $\pi_{00}=\pi_{00}^*=p'$。因此，對全域的 y_2 值，我們可知 $\pi_{00}\le\pi_{00}^*$，亦即弱定義的投資不足。

(α,δ,p) 決定。此外，將上述兩式相加，可得 $\alpha p(n_0^M+n_1^M)^2+\delta(n_0^M+n_1^M)-\delta=0$ 。解這個二次方程式可得

$$n_0^M+n_1^M=\frac{-\delta+\sqrt{\delta^2+4\alpha p\delta}}{2\alpha p}。\tag{47}$$

與前述 n_0^U 比較，可得 $n_0^M+n_1^M>n_0^U$ ，此結果在後面的數學推導會使用。

4.2 兩個型 1 個體的配對決策

4.2.1 未配對前的工作價值差距與配對門檻

首先考慮未配對亦未投資的恆定狀態。令 $\varphi^*=0$、$\pi_{00}^*=\pi_{11}^*=p$ 及 $c(\pi_{00}^*)=c(\pi_{11}^*)=0$ ，代入社會最適下的工作價值函數 (33) 式及 (34) 式，可得對應的工作間價值差距 Λ_2 及 Λ_1 ：

$$\Lambda_2^U(y_2)=\frac{2(y_2-y_1)}{r+\delta+2\alpha n_0^U p}，\Lambda_1^U(y_2)=\frac{2y_1-2\alpha n_1^U p\Lambda_2^U}{r+\delta+2\alpha n_0^U}。\tag{48}$$

由上式可知，Λ_2^U 隨 y_2 遞增，而 Λ_1^U 隨 y_2 遞減。因此，存在一門檻值 μ^*，使得當 $y_2<\mu^*$ 時，$\Lambda_2^U<\Lambda_1^U$，導致 $\varphi^*=0$。當 $y_2=\mu^*$ 時，令 (48) 式中 $\Lambda_2^U=\Lambda_1^U$ ，經過推導後可得配對門檻值：

$$\mu^*=\left[1+\frac{r+\delta+2\alpha n_0^U p}{r+\delta+2\alpha n_0^U+2\alpha n_1^U p}\right]y_1。\tag{49}$$

同理，令 $\varphi=0$ 、 $\pi_{00}=p=\pi_{11}=p$ 及 $c(\pi_{00})=c(\pi_{11})=0$ ，代入市場均衡下的工作價值函數 (25) 式及 (26) 式，可得出對應的工作間價值差距 D_2 及 D_1 ：

$$D_2^U\left(y_2\right)=\frac{2\left(y_2-y_1\right)}{r+\delta+\alpha n_0^U p}，D_1^U\left(y_2\right)=\frac{2y_1-\alpha n_1^U pD_2^U}{r+\delta+\alpha n_0^U}。\tag{50}$$

比較 (48) 式以及 (50) 式中的工作價值差距，可以發現兩式中勞雇相遇機率 α 前有倍數「2」的差異，如第 3.2 節的討論，這是組合外部性造成，使得 $D_2^U > \Lambda_2^U$ ，而且 $D_1^U > \Lambda_1^U$ 。

由於 D_2^U 隨 y_2 遞增，而 D_1^U 隨 y_2 遞減，存在一門檻值 μ，使得當 $y_2 < \mu$ 時，$D_2^U < D_1^U$ ，導致均衡時會得到 $\varphi = 0$。當 $y_2 = \mu$ 時，令(50)式中 $D_2^U = D_1^U$ ，可得配對門檻值：

$$\mu=\left[1+\frac{r+\delta+\alpha n_0^U p}{r+\delta+\alpha n_0^U+\alpha n_1^U p}\right]y_1。\tag{51}$$

由於組合外部性，比較 (49) 式以及 (51) 式，可以發現兩式中勞雇相遇機率 α 前有倍數「2」的差異。這會使得市場均衡的配對門檻較高，亦即 $\mu > \mu^*$ 。

4.2.2 配對後的工作價值差距

若是兩個型 1 個體已進行配對，令 $\varphi^* = 1$ 、 $\pi_{00}^* = \pi_{11}^* = p$ 及 $c(\pi_{00}^*) = c(\pi_{11}^*) = 0$ ，代入社會最適下的工作價值函數 (33) 式及 (34) 式，可得出此時 Λ_2 及 Λ_1 之解析解：

$$\Lambda_1^M\left(y_2\right)=\frac{2y_1}{r+\delta+2\alpha n_0^M+2\alpha n_1^M p},$$

$$\Lambda_2^M\left(y_2\right)=\frac{2\left(y_2-y_1\right)+2\alpha n_1^M p\Lambda_1^M}{r+\delta+2\alpha n_0^M p+2\alpha n_1^M p}。\tag{52}$$

由以上可知， Λ_1^M 是個常數，而 Λ_2^M 是 y_2 的正斜率線性函數。

同理，令 $\varphi = 1$ 、 $\pi_{00} = \pi_{11} = p$ 及 $c(\pi_{00}) = c(\pi_{11}) = 0$ ，代入市場均衡下的工作價值函數(25)式及 (26)式，可得出 D_2 及 D_1 之解析解：

$$D_1^M\left(y_2\right)=\frac{2y_1}{r+\delta+\alpha n_0^M+\alpha n_1^M p}，D_2^M\left(y_2\right)=\frac{2\left(y_2-y_1\right)+\alpha n_1^M pD_1^M}{r+\delta+\alpha n_0^M p+\alpha n_1^M p}。 \tag{53}$$

同前述，由於組合性外部性，(52) 式以及 (53) 式中的函數都在勞雇相遇機率 α 前有倍數「2」的差異。

在無投資的情形下，工作價值函數應為 y_2 之連續函數。因此，當 $y_2=\mu^*$ 時，Λ_2^U 與 Λ_2^M 相接，亦即 $\Lambda_2^U(\mu^*)=\Lambda_2^M(\mu^*)=\Lambda_1^U(\mu^*)=\Lambda_1^M(\mu^*)$。同理，$D_2^U(\mu)=D_2^M(\mu)=D_1^U(\mu)=D_1^M(\mu)$。[13] 此外，對 y_2 微分可得：

$$\frac{\partial\Lambda_2^U}{\partial y_2}=\frac{2}{r+\delta+2\alpha pn_0^U},\frac{\partial\Lambda_2^M}{\partial y_2}=\frac{2}{r+\delta+2\alpha p\left(n_0^M+n_1^M\right)},$$

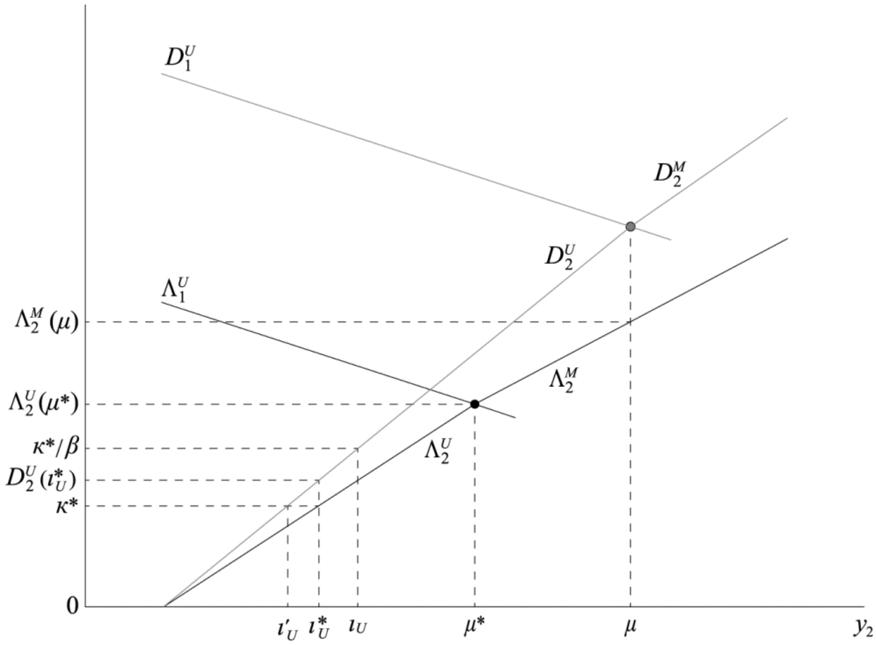
$$\frac{\partial D_2^U}{\partial y_2}=\frac{2}{r+\delta+\alpha pn_0^U},\frac{\partial D_2^M}{\partial y_2}=\frac{2}{r+\delta+\alpha p\left(n_0^M+n_1^M\right)}。 \tag{54}$$

由第 4.1 節可知，$n_0^M+n_1^M>n_0^U$，因此，$\partial\Lambda_2^U/\partial y_2>\partial\Lambda_2^M/\partial y_2$，$\partial D_2^U/\partial y_2>\partial D_2^M/\partial y_2$。而且由於組合外部性，$\partial D_2^U/\partial y_2>\partial\Lambda_2^U/\partial y_2$，$\partial D_2^M/\partial y_2>\partial\Lambda_2^M/\partial y_2$。

圖 3 呈現上述價值函數之性質，其中 Λ_2^U 與 Λ_2^M 相接，且與 Λ_1^U 相交於 μ^*；D_2^U 與 D_2^M 相接，且與 D_1^U 相交於 μ。未配對狀態下的函數斜率大於配對狀態下的對應值，市場均衡下的函數斜率大於社會最適下的對應值，而且 $\mu>\mu^*$。如圖 3 所示，可得知 $D_2^U>\Lambda_2^U$ 而且 $D_2^M>\Lambda_2^M$。

---

[13] 在直觀上，若是違反連續條件，可能會發生矛盾的情況。例如，若是 $\Lambda_2^U(\mu^*)=\Lambda_2^M(\mu^*)$ 但 $\Lambda_1^U(\mu^*)<\Lambda_1^M(\mu^*)$，則在門檻值 μ^* 附近，可能出現兩個型 1 個體配對後，工作價值差距反而變成 $\Lambda_2^M-\Lambda_1^M<0$，違反配對的條件。



資料來源：本研究整理。

圖 3　簡化模型

4.3 投資效率

定義$\kappa^* = \kappa/(p'-p)$。社會最適的投資條件 (43) 式要求 Λ_2 大於 κ^*，而市場均衡的投資條件 (42) 式則為 D_2 大於 κ^*/β。在此要強調，雖然 $\beta<1$ 會造成套牢問題，使投資者（雇主）的投資報酬減少，但為了討論方便，在本節中我們將私部門的投資條件 (42) 式改寫成 $D_2 > \kappa^*/\beta$，並將 κ^*/β 解釋成私部門投資的有效 (effective) 成本，而套牢問題則解釋為 β 的下降使得有效成本上昇。

由於投資決策 π_{00} 會受兩個型 1 個體的配對決策 φ 影響，以下將依社會最適及市場均衡的配對門檻分區討論。若將配對門檻 μ^* 及 μ 分別代入 (48) 式及 (50) 式，可得$\Lambda_2^U(\mu^*)$及$D_2^U(\mu)$。依此劃分三個參數空間：(I) $\kappa^* \le \Lambda_2^U(\mu^*)$，(II) $\Lambda_2^U(\mu^*) < \kappa^* \le \Lambda_2^M(\mu)$，及 (III)

$\kappa^* > \Lambda_2^M(\mu)$。

4.3.1 參數空間 I

本節假設 $\kappa^* \le \Lambda_2^U(\mu^*)$。由於 Λ_2^U 隨 y_2 遞增，存在一個門檻值 ι_U^*，使得當 $y_2 < \iota_U^*$ 時，$\Lambda_2^U < \kappa^*$，因而社會計畫者不對 π_{00}^* 進行投資，反之則會。當 $y_2 = \iota_U^*$ 時，令 (48) 式中 $\Lambda_2^U = \kappa^*$，可得投資 π_{00}^* 之門檻值：

$$\iota_U^* = y_1 + \frac{\kappa^*}{2}\left(r + \delta + 2\alpha n_0^U p\right)。 \tag{55}$$

由於 $\Lambda_2^U(\iota_U^*) = \kappa^* \le \Lambda_2^U(\mu^*)$，且 Λ_2^U 為正斜率，可知在此參數空間中，社會最適的投資門檻小於兩個型 1 個體的配對門檻，亦即 $\iota_U^* \le \mu^*$。

同理，由於 D_2^U 是 y_2 的正斜率函數，因此存在一門檻值 ι_U 使得 $D_2^U(\iota_U) = \kappa^* / \beta$，當 $y_2 < \iota_U$ 時，市場均衡不對 π_{00} 進行投資，反之，則會投資。

組合外部性會使得 $D_2^U > \Lambda_2^U$，放大市場均衡時的投資報酬，使得市場均衡的投資門檻下降。另一方面，若是 β 變小，套牢問題會使私部門的有效投資成本 κ^* / β 上升，使得市場均衡的投資門檻提高。因此，如第 3.2 節的討論，組合外部性及套牢問題對 π_{00} 的作用相反，前者造成過度投資（門檻偏低），而後者造成投資不足（門檻偏高），π_{00} 的效率性需視兩者的淨效果而定。若是 β 不夠低，套牢問題不夠嚴重，則組合外部性的效果可能大於套牢問題的效果，而產生過度投資。反之，則可能產生投資不足。詳言之，若 $\kappa^* / \beta < D_2^U(\iota_U^*)$，可得 $D_2^U(\iota_U) = \kappa^* / \beta < D_2^U(\iota_U^*)$，市場均衡之投資門檻 ι_U 必然小於社會最適之投資門檻 ι_U^*，造成過度投資。反之，則投資不足。

上述結果亦可用圖 3 說明。如前述，由 $\Lambda_2^U = \kappa^*$ 的條件決定社會

最適的投資門檻 ι_U^* 。假若私部門（雇主）在此門檻進行投資，投資的市場報酬高於社會報酬的部份 $D_2^U(\iota_U^*) - \Lambda_2^U(\iota_U^*)$ 可視為組合外部性的效果。假設私部門的有效投資成本為 κ^*（亦即假設 $\beta = 1$），則私部門得到的投資報酬 $D_2^U(\iota_U^*)$ 將高於成本 κ^*，表示市場投資有溢酬而未達均衡。因此，私部門應在生產力 y_2 小於 ι_U^* ，投資之市場報酬低於 $D_2^U(\iota_U^*)$ 的時候，就進行投資。如圖 3 中的 ι_U' 所示，組合外部性會使私部門投資門檻低於社會最適的門檻，造成過度投資。

另一方面，若是 $\beta < 1$ ，則私部門的有效投資成本將提高為 κ^* / β ，從而提高私部門的投資門檻，這是套牢問題的效果。若 $\kappa^* / \beta < D_2^U(\iota_U^*)$ ，表示套牢問題雖提高投資的有效成本，但不足以完全抵銷組合外部性的效果。因此，市場均衡之投資門檻應小於社會最適之門檻，有過度投資。反之，若 $\kappa^* / \beta > D_2^U(\iota_U^*)$ ，則套牢問題的效果較強，導致均衡時投資不足，如圖 3 中的 ι_U 所示。

4.3.2 參數空間 II

本節假設 $\Lambda_2^U(\mu^*) < \kappa^* \le \Lambda_2^M(\mu)$，因此社會最適在兩個型 1 個體配對後才會對 π_{00}^* 進行投資。由於 Λ_2^M 隨 y_2 遞增，在此也存在一個投資門檻值 ι_M^* 。當 y_2 為此門檻時，令 (52) 式中 $\Lambda_2^M = \kappa^*$ ，由此可得投資門檻值為

$$\iota_M^* = \omega_0^* y_1 + \frac{\omega_1^* \kappa^*}{2}, \tag{56}$$

其中

$$\omega_0^* = \frac{r + \delta + 2\alpha n_0^M}{r + \delta + 2\alpha n_0^M + 2\alpha n_1^M p}，\ \omega_1^* = r + \delta + 2\alpha\left(n_0^M + n_1^M\right)p。 \tag{57}$$

在此參數空間，投資門檻 ι_M^* 處於社會最適與市場均衡的配對門檻之間，亦即 $\mu^* < \iota_M^* < \mu$ 。如前述，組合外部性會使市場均衡下 π_{00} 的投資門檻低於社會最適下的對應值，但套牢問題則相反。依前一節利用圖 3 進行推論，可知若 $\kappa^* / \beta < D_2^U(\iota_M^*)$，則套牢問題的效果小

於組合外部性，兩者之淨效果造成市場均衡之投資門檻小於社會最適之投資門檻，亦即過度投資。反之，則會造成投資不足。

4.3.3 參數空間 III

本節假設 $\kappa^* > \Lambda_2^M(\mu)$。由第 4.3.2 節可知，社會最適的投資門檻為 ι_M^*。而且在此參數空間下，$\iota_M^* > \mu$，亦即高於市場均衡下的配對門檻。仿照前述利用圖 3 進行推論，可知若 $\kappa^*/\beta < D_2^M(\iota_M^*)$，則市場均衡之投資門檻必然小於社會最適之投資門檻 ι_M^*，造成過度投資。反之，則會造成投資不足。

由以上的分析，可歸納出以下的結果：

[命題 2] 若 $\boldsymbol{\kappa^*/\beta < D_2^X\left(\iota_Y^*\right)}$，則市場均衡下 $\boldsymbol{\pi_{00}}$ 投資過度，反之，則投資不足。其中，$\boldsymbol{X}$ 及 $\boldsymbol{Y}$ 分別表示當社會最適已進行投資時，型 1 雇主及勞工在市場均衡及社會最適下的配對狀態，亦即

$$\left(X,Y\right)=\begin{cases}\left(U,U\right) & \text{若 } \kappa^* \le \Lambda_2^U\left(\mu^*\right)\\ \left(U,M\right) & \text{若 } \Lambda_2^U\left(\mu^*\right) < \kappa^* \le \Lambda_2^M\left(\mu\right)\\ \left(M,M\right) & \text{若 } \kappa^* > \Lambda_2^M\left(\mu\right)\end{cases}。 \tag{58}$$

如前述，組合外部性會使市場均衡下 π_{00} 的投資門檻低於社會最適下的對應值，但套牢問題則相反。若 $\kappa^*/\beta < D_2^X(\iota_Y^*)$，則表示在均衡與最適的配對狀態 (X,Y) 所對應的參數空間中，套牢問題的效果小於組合外部性，兩者之淨效果造成市場均衡之投資門檻小於社會最適之投資門檻，亦即過度投資。反之，則會造成投資不足。

5. 數值分析結果

本節回到完整的模型。由於模型較為複雜，無法得出解析解，

因此將以數值分析的方式求解。其結果可驗證前述有關兩種扭曲如何影響投資效率的推論。如前所述，我們的分析聚焦在恆定狀態。

5.1 參數設定

雖然在模型中時間是連續的，我們在數值分析中以不連續時間來逼近，每一期的時間長度為一週。折現率設為 $r = 0.00075$ ，在此假設下，定態均衡下的年利率約為 4%。依 KL 模型的假設，雇主及勞工有相同的談判力，因此設 $\beta = 0.5$ 。有關工作的生產力，將型 1 工作的生產力標準化為 $y_1 = 1$，再假設型 2 工作的生產力比型 1 工作高出 10%，亦即 $y_2 = 1.1$。由於我們缺少有關配對機率 ϕ_{11}^2 的實證資料，我們無法精確地估計 y_2，但是我們會在敏感度分析中嘗試許多不同的 y_2 值。為確保均衡時投資有單一解，投資水準小於 1，而且當報酬為 0 時投資亦為 0，我們要求 $c'(0) = 0$ ，$c'(1) = \infty$ ，以及 $c'' > 0$ 。為了滿足這些性質，我們假設成本函數為 $c(\pi) = -\kappa[\log(1-\pi) + \pi]$，其中 $\kappa > 0$ 為常數。[14]

其餘仍待校準的參數有投資參 κ 、外生工作毀滅率 δ、以及勞動市場上的接觸率 α 。我們謹慎選擇這三個參數值，以使得模型所產生的以下三個勞動市場的變數值，能與實際資料一致：失業週數 (duration of unemployment)、就業轉失業 (employment-to-unemployment) 的轉換率、以及失業率。依美國的「當前人口普查」(Current Population Survey) 的勞動力狀況資料所做的計算，美國在 1948 年 1 月至 2016 年 12 月期間的失業率及失業週數的平均值分別是 5.8%及 15.88 週。就業轉失業率的資料期間較短，由僅有的 1990 年 2 月至 2016 年 12 月的資料計算，該轉換率平均值為 1.4%。由於我們將模型的每一期設定為一週，我們將數值分析產生的模擬值經時間加總為月資料後，

---

[14] 為滿足成本函數所需的性質，我們假設成本函數的一階導數為 $c'(\pi) = \kappa\pi/(1-\pi)$ 。將 c' 積分之後，再假設投資無固定成本，亦即令 $c(0) = 0$ ，可得 $c(\pi) = -\kappa[\log(1-\pi) + \pi]$ 。

再與實際月資料相比對。經校準後得到的參數值為 $\delta = 0.00326$，$\alpha = 0.914$，及 $\kappa = 2.28$。

5.2 長期恆定狀態

表 4 顯示了模型的參數值設定，及重要變數的長期恆定值。如預期的，失業率及失業轉就業率合乎實際資料。但是我們也在許多次的嘗試中發現，本模型所得出的在職換職率 (job-to-job transition rate) 大約只有 0.4%，這與 Fujita and Nakajima (2016) 的資料中所顯示的 2.5% 有不小的差距。這主要的原因是，高生產力（型 2）的工作是不會流往低生產力（型 1）的，所以會產生在職流動的只有低生產力的工作。然而低生產力的工作會流出到失業或高生產力工作，但由失業或高生產力勞工流入低生產力工作者卻相對不高，所以在長期恆定狀態下低生產力工作的比例不高，大部份的工作會是高生產力的。結果在恆定狀態下，在職換職率也就不高。一個提高在職換職率的方法，可能是在模型中加入更多的生產力類型，如此可以減低高生產力、不流動的工作占總就業的比例。但這樣的設定可能會造成模型更加複雜，卻沒有更多理論上的發現。因此，我們仍維持只有兩種生產力類型的假設。

由表 4 可知，在基本的參數設定下，$\varphi = 0$，亦即當兩個型 1 的個體相遇且獲得生產力 y_2 時，他們不會形成配對。此外，由於在基準設定下，$\beta = 1/2$，因此，由 (36) 式至 (38) 式可知，π_{00} 等於 π_{02}，也等於 $\varphi = 0$ 之下的 π_{11}。在基準參數設定下，三者均為 0.604。

相對的，在社會最適時，$\pi_{00}^* = 0.64$，略高於市場均衡時的 π_{00}，表示均衡的投資不足。再者，在社會最適時，兩個型 1 個體也不會配對 ($\varphi^* = 0$)，但他們也不投資 ($\pi_{11}^* = 0$)。亦即，市場均衡的 π_{11} 有過度投資。此外，由於在社會最適時，$\pi_{02}^* = 0$，所以市場均衡下的 π_{02} 也有過度投資。

表 4　參數設定及部份變數之恆定狀態值

符號	意　　義	基準設定值
(A) 參數設定值		
r	折現率	0.0008
y_1	型 1 工作生產力	1.0000
y_2	型 2 工作生產力	1.1000
n_0	失業率	0.0580
EU	就業轉換失業率	0.0140
DUR	失業週數	15.8800
δ	外生工作毀滅率	0.0033
α	勞資相遇機率	0.9140
κ	投資成本	2.2800
(B) 長期恆定狀態下之市場均衡值		
n_0	失業率	0.0580
n_0	失業率	0.0580
EU	就業轉換失業率	0.0140
DUR	失業週數	15.8800
δ	外生工作毀滅率	0.0033
α	勞資相遇機率	0.9140
φ	型 1 勞工及雇主在生產力為 y_2 時之配對機率	0.0000
(C) 長期恆定狀態下之社會最適值		
n_0^*	失業率	0.0580
n_1^*	型 1 勞工占勞動力比率	0.0160
n_2^*	型 2 勞工占勞動力比率	0.9260
π_{00}^*	「勞工-雇主」型態為(0,0)、(1,0)及(0,1)時之投資	0.6400
π_{11}^*	「勞工-雇主」型態為 (1,1) 時之投資	0.0000
φ^*	型 1 勞工及雇主在生產力為 y_2 時之配對機率	0.0000

資料來源：本研究整理。

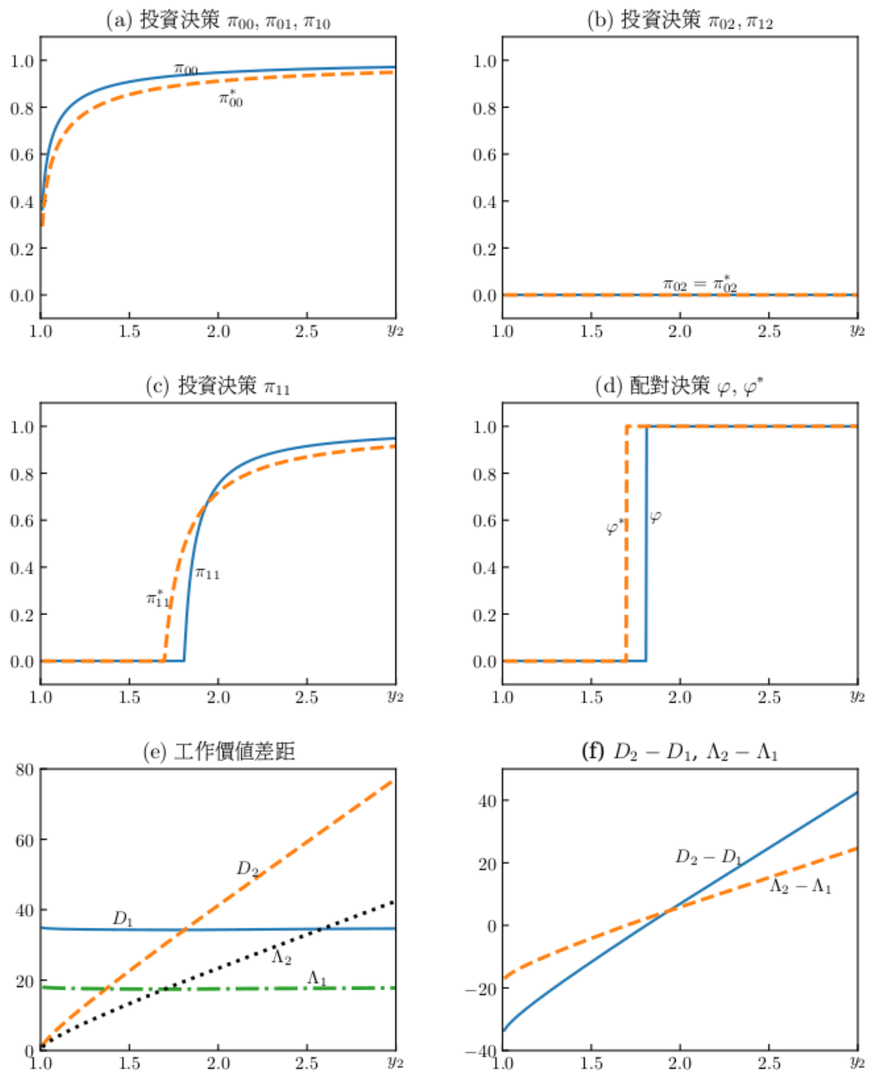
由於在本節的參數校準中，不論是均衡或最適，兩個型 1 個體相遇之後，得出均不會形成新配對的結果，亦即 $\varphi = \varphi^* = 0$。所以投資的

效率對失業人數沒有影響，以致 $n_0 = n_0^*$。若是以數學式說明，我們將第 3.1 節的結果代入 (27) 式，並令 $\varphi = 0$，可得 $\dot{n}_1 + \dot{n}_2 = \alpha n_0^2 - \delta(1 - n_0)$。由此可知，在恆定狀態時 ($\dot{n}_1 = \dot{n}_2 = 0$)，$n_0$ 由 δ 及 α 決定，沒有受到投資效率的影響。

5.3 投資效率

為區分套牢問題與組合外部性對投資效率的影響，首先假設 $\beta = 1$，亦即令雇主有完全的議價能力，以便排除套牢問題的產生。在此假設下，數值分析的結果呈現於圖 4。如前述，我們令 $D_2 = M_2 - M_1$，$D_1 = M_1 - M_0$，$\Lambda_2 = \lambda_2 - \lambda_1$，且 $\Lambda_1 = \lambda_1 - \lambda_0$。如第 3 節的討論所預測的，組合外部性會使得工作的價值被市場低估，而且對低生產力的工作較嚴重。因此，圖 4 之 (e) 顯示，市場均衡及社會最適之下的工作價值呈現 $D_2 > \Lambda_2$，以及 $D_1 > \Lambda_1$。如第 3.2 節所預測的，圖 4 之(a) 顯示組合外部性會使得 $\pi_{00} > \pi_{00}^*$，π_{00} ($\pi_{00} = \pi_{01} = \pi_{10}$) 出現過度投資的無效率。再者，圖 4 之 (b) 顯示 $\pi_{02} = 0 = \pi_{02}^*$，這表示如第 3.2 節所預測的，組合外部性對 π_{02} ($\pi_{02} = \pi_{12}$) 無影響。

最後，組合外部性對 π_{11} 的影響較為複雜。如圖 4 之 (e) 所示，在直觀上，未配對人員與型 1 人員所產生的組合外部性，與型 2 工作的生產力沒有直接的關聯。因此，D_1 與 Λ_1 之間的差距與 y_2 關係不大。相對的，由於我們讓型 2 與型 1 工作的生產力差距 $y_2 - y_1$ 是遞增的，導致 D_2 與 Λ_2 之間的差距也是遞增的。因此，圖 4 之 (e) 顯示，當 y_2 與 y_1 很相近的時候，$D_2 - \Lambda_2 < D_1 - \Lambda_1$，亦即 $D_2 - D_1 < \Lambda_2 - \Lambda_1$。但當 y_2 足夠大時，不等式關係會顛倒。所以，圖 4 之 (f) 顯示，當 y_2 接近於 y_1 的時候，$D_2 - D_1 < \Lambda_2 - \Lambda_1$；但當 y_2 足夠大時，$D_2 - D_1 > \Lambda_2 - \Lambda_1 > 0$。



資料來源：本研究整理。

說明：雇主之議價能力設為 $\beta = 1$ 。

圖 4　組合外部性對投資及配對效率的影響

基於上述結果，圖 4 之 (c) 顯示，組合外部性對 π_{11} 的影響會隨 y_2 而改變：(i) 當 y_2 接近於 y_1 時， $D_2 - D_1 < \Lambda_2 - \Lambda_1$ ，導致 $\pi_{11} \leq \pi_{11}^*$ ，亦

即投資不足。(ii) 當 y_2 足夠大時，$D_2 - D_1 > \Lambda_2 - \Lambda_1 > 0$，導致 $\pi_{11} > \pi_{11}^*$，亦即過度投資。

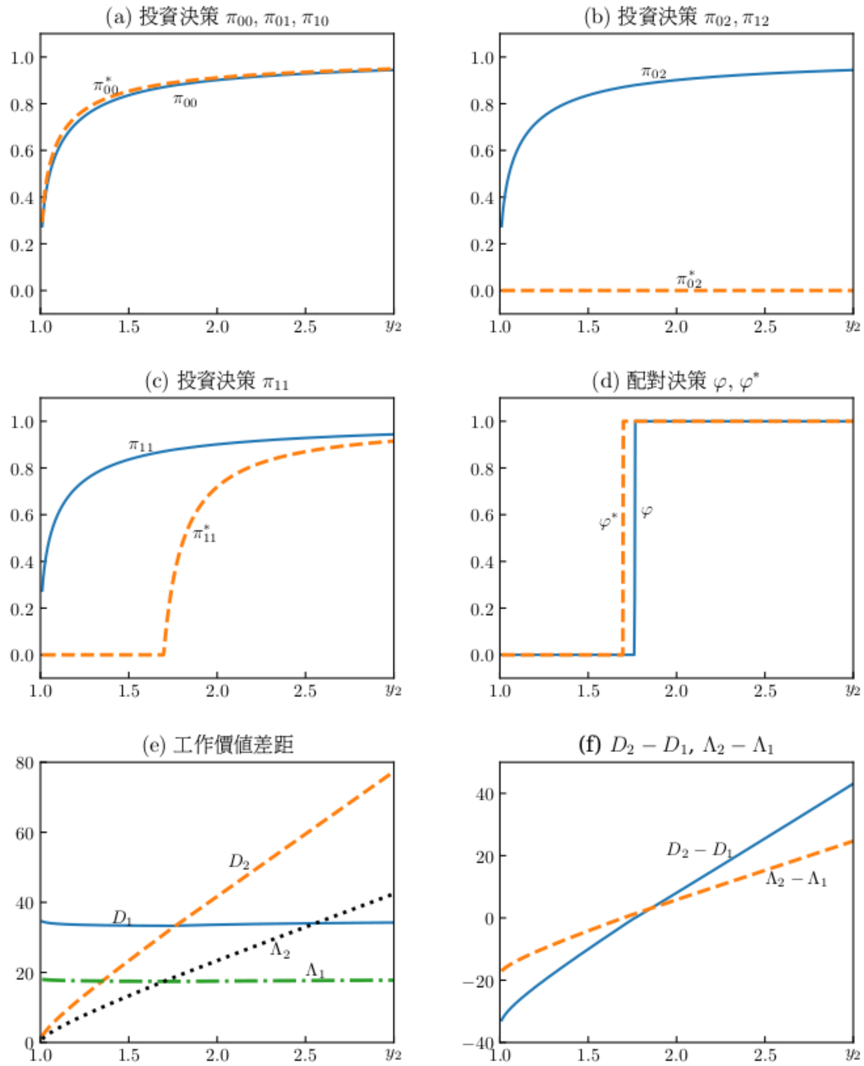
接下來我們依基本的參數設定，將雇主議價能力設為 $\beta = 1/2$。此假設會產生套牢問題，因而市場均衡的效率將會同時受到套牢問題及組合外部性的影響。首先，如第 3.2 節所述，套牢問題和組合外部性對 π_{00} 的影響恰好相反，因此，π_{00} 的效率需視兩者的淨效果而定。圖 5 之 (a) 顯示，在我們的參數設定下，$\pi_{00} < \pi_{00}^*$，亦即 π_{00} 是投資不足。這結果表示，套牢問題的效果大於組合外部性的效果。

其次，如第 3.2 節所示，套牢問題會導致 π_{02} 是過度投資，但組合外部性對 π_{02} 並無影響。因此，圖 5 之 (b) 顯示兩種扭曲的淨效果：π_{02} 大於 0，呈現過度投資的情況。

最後，π_{11} 的效率性比較複雜，依第 3.2 節的討論，(i) 若 $D_2 - D_1 < 0$，則 $\varphi = 0$，套牢問題會導致尋租式行為而使 π_{11} 過度投資。(ii) 若 $0 < D_2 - D_1 < D_1$，則 $\varphi = 1$，且套牢問題會使得投資過度，這是由於雇主為獲取新配對勞工讓利的動機。(iii) 若 $D_2 - D_1 > D_1$，則 $\varphi = 1$，且套牢問題會使得投資不足。由圖 5 之 (e) 及圖 5 之 (f) 可知，(i) (ii) 應發生於 y_2 較低時，因為 y_2 愈低，型 2 工作的價值便愈低，因此 D_2 也低。反之，(iii) 應發生在 y_2 夠大的時候。

上述套牢問題的效果可能會與圖 4 之 (c) 所示的組合外部性的效果部份抵銷。圖 5 之 (c) 顯示，當 y_2 很低時，$\pi_{11} > \pi_{11}^*$，呈現過度投資的情形，這表示套牢問題的效果大過組成外部性的效果；當 y_2 很高時，我們依然發現 $\pi_{11} > \pi_{11}^*$，仍是過度投資的情形，這是因為此時組合外部性的效果大過套牢問題。

總結以上，本節的數值分析結果可歸納成三點。首先，若勞工或雇主有一方是未配對，而另一方是來自低生產力的工作配對，則套牢問題會導致投資不足，而組合外部性會導致過度投資。其次，若雇主是來自高生產力的工作配對，而勞工是未配對或來自低生產力的工作配對，則套牢問題會導致過度投資，而組合外部性對投資



資料來源：本研究整理。
說明：雇主之議價能力設為 $\beta = 1/2$ 。

圖 5　模型基本參數設定值之下的投資及配對效率

無影響。最後，若勞工及雇主均來自低生產力的工作配對，且若低生產力工作與高生產力工作之間的生產力差距不大時，則套牢問題

會導致過度投資，反之亦然。而此時組合外部性對投資的影響，則是方向相反。

5.4 投資成本與失業週數

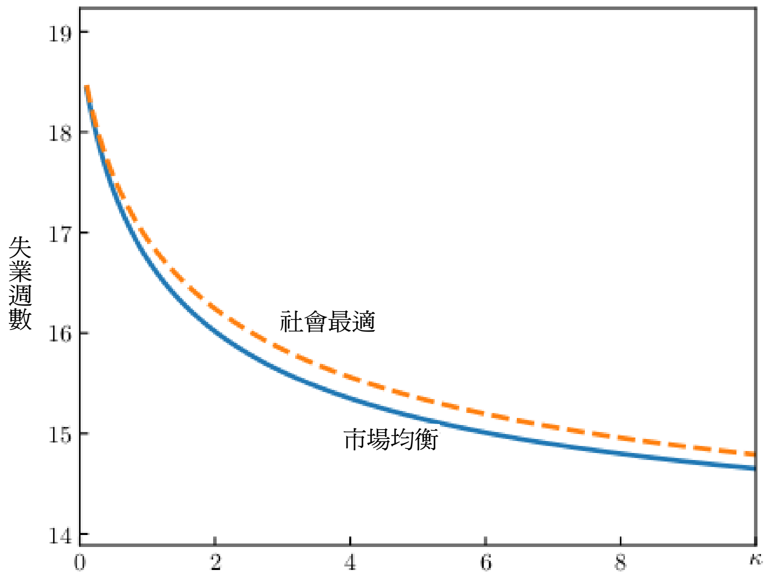
由於本文中的專屬投資是將 KL 模型中的高生產力機率內生化，因此與 KL 模型相較，本文可以討論專屬投資對勞動市場的影響。我們的討論聚焦在投資成本如何影響勞工與雇主配對的機率，進而影響失業勞工的失業週數 (unemployment duration)，其結果可以有清楚的政策意涵。

在本模型中，失業勞工可能與型 0 和型 1 的雇主形成配對，配對成功的總合機率是 $\alpha m_0 + \alpha n_1 \pi_{01}$ ，所以失業週數的期望值是 $1/[\alpha(m_0 + n_1 \pi_{01})]$。此期望值與 $n_1 \pi_{01}$ 的大小成反比，這反映了兩個相關的作用。型 1 雇主只有當投資成功，獲得 y_2 生產力，才會願意離開既有的工作夥伴，與一個失業的勞工形成新配對。所以投資成功機率 π_{01} 愈高，則失業勞工與型 1 雇主形成高生產力配對的機率愈高，以致等待時間或是平均失業期間愈短。但另一方面，若是低生產力雇主的人數 n_1 愈多，也會增加提高勞工被雇用的機率，縮短平均失業期間，這是所謂的「稠密市場 (thick market)」外部性。

當投資成本上升時，會減少雇主的投資，導致機率 π_{01} 下降，勞工等待高生產力工作的時間變長。然而，正因型 1 雇主提高生產力的機率下降，會使低生產力雇主的人數 n_1 增加，形成稠密市場。這兩者對失業週數的作用相反，所以投資成本對失業週數的影響不確定，要視兩者的淨效果 $n_1 \pi_{01}$ 而定。若是稠密市場外部性相對重要，則投資成本上升會使 $n_1 \pi_{01}$ 上升，導致失業期間下降，反之亦然。

在圖 6 的數值分析中，我們檢驗了投資成本 (κ) 與失業週數的關係。結果顯示兩者呈反向關係，表示上述的稠密市場效果較為重要，因此當投資成本上升而使投資減少時，造成低生產力工作者增加，而使失業勞工的就業機率提高，失業週數減少。此外，圖 6 也顯示，在校準後的投資成本 $\kappa = 2.28$ 之下，模型所產生的失業週數約為 15.88

週，與美國的長期資料一致。但若省去投資成本，亦即令 $\kappa = 0$ ，失業週數將提高至 18.5 週，較實際資料值高出約 2.6 週，或是 16%。



資料來源：本研究整理。

圖 6　投資成本與失業週數

專屬投資成本的下降，或許也可以解釋為雇主為勞工進行專屬訓練的成本，因為政府補貼而減輕。在這樣的解釋下，我們的結果顯示，政府補貼訓練成本，可以提高勞工尋得高生產力（型 2）工作的機率，但由於許多工作升級為高生產力，低生產力的職缺減少，造成勞工尋得低薪工作的機率下降，結果反而造成平均失業週數上升。實證研究也發現，政府的職業訓練政策對失業週數的影響可能有正有負 (Hujer et al., 2006a, 2006b)，我們的結果或許也是其中一種可能的解釋。

6. 結論

本文將關係專屬投資納入 Kiyotaki and Lagos (2007) 的工作搜尋模型。本模型有兩種扭曲導致市場失靈：(1) 源自於不完全契約以及專屬投資的套牢問題，以及 (2) 在具有個體異質性的搜尋模型中，常見的組合外部性。藉由將勞資雙方的議價能力參數化，並比較市場均衡及社會最適的條件，我們區分這兩種扭曲的效果，推論出這兩種扭曲都可能造成投資不足及過度投資，而且對投資的影響可能有相反的效果，因此投資的效率需視這兩種扭曲的淨效果而定。數值分析的結果也與經濟直觀一致。

傳統文獻常認為，若不完全契約及專屬投資同時存在，往往會產生套牢問題，進而導致投資不足。然而本文指出，在此環境中也可能出現過度投資。因此，契約的不完全性以及投資效率之間的關係，可能需要更謹慎地解釋。本文也指出，契約的不完全性對投資的效率的影響，並非對全體廠商有齊一的效果。因此，任何試圖提昇投資效率的政府政策，也可能需要將廠商對政策的異質反應列入考慮。

套牢問題可能導致過度投資的結論，在現實社會中也不乏實例。例如，雇主在面對工作能力不錯但比較「拿翹」的員工時，常見的處理方法之一，便是在勞動市場上物色替代人選。在與新人選形成配對的過程中，雇主可能為他做出關係專屬的投資，例如職前訓練、量身打造辦公設備或裝潢辦公室等。而拿翹的勞工在面臨被替代的威脅時，若是願意調整工作態度，或是減少待遇方面的要求，雇主仍可能選擇繼續與其保持夥伴關係。雇主在此進行關係專屬投資的目的，可以解釋成是為了讓替代人選顯得更有威脅性，進而在與原勞工的議價過程中獲得更多的剩餘，亦即本文中所述的尋租式投資。

雖然在本文中，投資是由雇主單方面施行的，但這項假設只是為了行文的方便，如果我們將雇主及勞工角色互換，且將投資解釋為由勞工單方施行的，結論也不會有任何實質上的改變。在如此的解釋下，我們的理論可以有更廣泛的應用。例如，勞工常用的要求加薪的手段之一，便是以跳槽來要脅雇主。勞工在與新雇主形成配對的過程中，可能付出了時間與資源去瞭解新雇主及工作環境，或是自我訓練以增進對新工作內容的認識，這些付出均可歸類為關係專屬投資。但若是原雇主在面對跳槽的威脅時，願意適當加薪，此勞工仍可能選擇留任原職。勞工在此進行關係專屬投資的目的，可以解釋成是為了讓自己的跳槽對原雇主顯得更有威脅性，進而在與原雇主的議價過程中獲得更多的剩餘。[15]

本文的焦點在於探討在職搜尋對投資效率的影響，但假設所有的投資都是一次性的，而且是由單方施行的。因此，未來可延伸探討的方向，自然是考慮雙方均施行的投資，或是投資的逐期累積 (Che and Sakovics, 2004)。這些方向均具有理論價值以及現實關聯性，或可留待未來繼續研究。

[15] 本文只限於關係專屬投資，但現實社會裡，勞工所做的投資有專屬及非專屬性質，例如一般技能 (general skills) 訓練相對於專屬技能 (specific skills) 訓練。在直觀上，若是專屬性減低，套牢問題的嚴重性也應減輕，那麼組合外部性就變得相對重要。以本例而言，如果勞工在和新雇主形成配對的過程中，進行的是非專屬性投資，那麼從社會最適的角度來看，就算勞工最後回到了原雇主的身邊，這項投資也可以提昇勞工的生產力，資源浪費的程度減輕。

附錄　納許議價

在納許議價下，新配對的雙方在議價時，並不會顧慮被他們拋棄的原夥伴的剩餘損失（由配對狀態淪為未配對）。因此，一個工作配對的分手會產生社會福利的無謂損失（被拋棄方的剩餘）。為說明起見，我們考慮圖 2 中的情境 4，並修改 Kiyotaki and Lagos (2007) 的數學式。令 s 是雇主付給勞工，使其同意契約的旁支付 (side payment)。對雇主 D 而言，形成新配對的剩餘是新工作的價值減去原工作的價值及給勞工的旁支付，即 $J_k - s - J_j$。對勞工 A 而言，新配對的剩餘是新工作的價值減去原工作的價值加上旁支付，即 $V_k + s - V_i$。因此，納許議價是求解以下的最適化問題：

$$\max_s (J_k - s - J_j)^{\beta}(V_k + s - V_i)^{1-\beta}, \tag{A1}$$

其中 β 為雇主之議價能力。由一階條件可得，雙方的剩餘為共同剩餘 (joint surplus) 之固定比例：

$$J_k - s - J_j = \beta\left(M_k - V_i - J_j\right), \quad V_k + s - V_i = \left(1-\beta\right)\left(M_k - V_i - J_j\right)。 \tag{A2}$$

由此可知，若 $M_k - V_i - J_j > 0$ 則雙方便會同意形成新配對，導致既有工作配對的毀滅。與 KL 模型的工作毀滅條件 $(M_k + M_0 - M_i - M_j > 0)$ 相比較，上述納許議價問題未考慮原雇主 B 的價值損失 $J_i - J_0$，以及原勞工 C 的價值損失 $V_j - V_0$，所以工作毀滅會較容易發生。與社會最適相較，市場均衡的工作毀滅是過度且無效率的。

若不矯正工作毀滅過多的問題，則在納許議價下，市場效率的問題可能較 KL 議價協定下更形複雜。要解決工作毀滅過多的問題，或可遵循 Diamond and Maskin (1979)，由政府規定，一個工作配對在分手的時候，違約方需給予對方適當的「損害賠償」(damage compensation)。亦即，令雇主 D 賠償勞工 C 之價值損失 $V_j - V_0$，且

勞工 A 賠償雇主 B 之價值損失 $J_i - J_0$。納許議價問題成為：

$$\max_s \left[J_k - s - J_j - \left(V_j - V_0\right)\right]^{\beta} \left[V_k + s - V_i - \left(J_i - J_0\right)\right]^{1-\beta}。 \tag{A3}$$

由一階條件可得 $J_k - s - J_j - (V_j - V_0) = \beta(M_k + M_0 - M_i - M_j)$，及 $V_k + s - V_i - (J_i - J_0) = (1-\beta)(M_k + M_0 - M_i - M_j)$，其中 $M_k + M_0 - M_i - M_j$ 即為雙方之共同剩餘。如此一來，工作毀滅的條件就變成 $M_k + M_0 - M_i - M_j > 0$，與 KL 模型的工作毀滅條件一致。

雖然損害賠償的制度可以矯正工作毀滅過多的問題，但我們仍有以下的理由而未採用納許議價。(1) 在不完全契約的假設下，契約雙方可以任意違約而不受處罰，這與損害賠償的設定有矛盾之處。(2) 傳統的納許議價需要有形成配對才有利得，無法產生 KL 議價下的「未配對利得」。詳言之，在納許議價下，勞工 A 與雇主 D 若未能形成配對，則雙方均回歸原工作配對，無任何利得。但 KL 議價假設雇主 B 必需與雇主 D 進行 Bertrand 競爭，以爭取勞工 A。雇主 B 可以讓利給 A，以避免 A 一旦離開所造成的損失。同理，勞工 A 與 C 需進行競價以爭取雇主 D。因此，即便 A 與 D 未形成新配對，他們也可能由原夥伴處取得更多的剩餘，這便是未配對利得。(3) 如我們在文中所述，雇主有可能基於尋租的理由，進行投資。其目的是提高與第三者配對的價值，使得原配對的勞工必需讓予更多的剩餘來挽留他，亦即藉由投資提高未配對利得。這個機制似乎在 KL 議價協定下較易發生。

參考文獻

Acemoglu, D. and R. Shimer (1999), "Holdups and Efficiency with Search Frictions," *International Economic Review*, 40:4, 827-849.

Bester, H. (2013), "Investments and the Holdup Problem in a Matching Market," *Journal of Mathematical Economics*, 49:4, 302-311.

Cahuc, P., F. Marque and E. Wasmer (2008), "A Theory of Wages and Labor Demand with Intra-Firm Bargaining and Matching Frictions," *International Economic Review*, 49:3, 943-972.

Che, Y. K. and J. Sákovics (2004), "A Dynamic Theory of Holdup," *Econometrica*, 72:4, 1063-1103.

Cole, H. L., G. J. Mailath and A. Postlewaite (2001), "Efficient Non-Contractible Investments in Large Economies," *Journal of Economic Theory*, 101:2, 333-373.

de Meza, D. and B. Lockwood (2010), "Too Much Investment? A Problem of Endogenous Outside Options," *Games and Economic Behavior*, 69:2, 503-511.

Diamond, P. A. and E. Maskin (1979), "An Equilibrium Analysis of Search and Breach of Contract, I: Steady States," *The Bell Journal of Economics*, 10:1, 282-316.

Fallick, B. and C. A. Fleischman (2004), "Employer-to-Employer Flows in the U.S. Labor Market: The Complete Picture of Gross Worker Flows," Finance and Economics Discussion Series Working Paper No. 2004-34.

Felli, L. and K. Roberts (2016), "Does Competition Solve the Hold-up Problem?" *Economica*, 83:329, 172-200.

Fujita, S. and M. Nakajima (2016), "Worker Flows and Job Flows: A Quantitative Investigation," *Review of Economic Dynamics*, 22, 1-20.

Grout, P. A. (1984), "Investment and Wages in the Absence of Binding Contracts: A Nash Bargaining Approach," *Econometrica*, 52:2, 449-460.

Hujer, R., S. L. Thomsen and C. Zeiss (2006a), "The Effects of Short-term Training Measures on the Individual Unemployment Duration in West Germany," ZEW Discussion Paper No. 06-065.

Hujer, R., S. L. Thomsen and C. Zeiss (2006b), "The Effects of Vocational Training Programmes on the Duration of Unemployment in Eastern Germany," *Allgemeines Statistisches Archiv*, 90:2, 299-321.

Ishiguro, S. (2010), "Holdup, Search, and Inefficiency," *Economic Theory*, 44:2, 307-338.

Kiyotaki, N. and R. Lagos (2007), "A Model of Job and Worker Flows," *Journal of Political Economy*, 115:5, 770-819.

Klein, B., R. G. Crawford and A. A. Alchian (1978), "Vertical Integration, Appropriable Rents, and the Competitive Contracting Process," *The Journal of Law & Economics*, 21:2, 297-326.

Kurmann, A. (2014), "Holdups and Overinvestment in Capital Markets," *Journal of Economic Theory*, 151, 88-113.

MacLeod, W. B. and J. M. Malcomson (1993), "Investments, Holdup, and the Form of Market Contracts," *The American Economic Review*, 83:4, 811-837.

Mailath, G. J., A. Postlewaite and L. Samuelson (2013), "Pricing and Investments in Matching Markets," *Theoretical Economics*, 8:2, 535-590.

Malcomson, J. M. (1997), "Contracts, Hold-up, and Labor Markets," *Journal of Economic Literature*, 35:4, 1916-1957.

Ramey, G. and J. Watson (1997), "Contractual Fragility, Job

Destruction, and Business Cycles," *The Quarterly Journal of Economics*, 112:3, 873-911.

Ramey, G. and J. Watson (2001), "Bilateral Trade and Opportunism in a Matching Market," *The B. E. Journal of Theoretical Economics*, 1:1, 1-35.

Stole, L. A. and J. Zwiebel (1996), "Intra-firm Bargaining under Non-binding Contracts," *The Review of Economic Studies*, 63:3, 375-410.

Williamson, O. E. (1979), "Transaction-Cost Economics: The Governance of Contractual Relations," *The Journal of Law & Economics*, 22:2, 233-261.

Holdups, Overinvestment, and On-the-Job Search

Eric S. Chou and Jenn-Hong Tang*

Abstract

By adapting the model of Kiyotaki and Lagos (2007), we analyze the efficiency of relationship-specific investment in job search models that feature on-the-job search. Investment is inefficient due to two distortions: the composition externaltiy and the holdup problem. The former stems from the heterogeneity among jobs. The latter arises from the incompleteness of contracts and the specificity of investment. By solving the models analytically and numerically, we show that both distortions can lead to under- and over-investment, and that the effects of the two distortions may offset each other.

Keywords: Holdup Problem, Overinvestment, Job Search
JEL Classification: C78, D23, D43

---

* Corresponding author: Jenn-Hong Tang, Associate Professor of Department of Economics, National Tsing-Hua University, No. 101, Sec. 2, Kuang-Fu Rd., Hsin-Chu City 30013, Taiwan, R.O.C., Tel: 886-3-5162149, E-mail: jhtang@mx.nthu.edu.tw. Eric S. Chou, Associate Professor of Department of Economics, National Tsing-Hua University, No. 101, Sec. 2, Kuang-Fu Rd., Hsin-Chu City 30013, Taiwan, R.O.C., Tel: 886-3-5162032, E-mail: swchou@mx.nthu.edu.tw. The authors are grateful to three anonymous referees and the corresponding editor for helpful suggestions and comments. All errors are ours.

Received December 21, 2016; revised April 26, 2017; accepted September 5, 2018.