

期貨最適避險比率之估計 – Bias-Corrected EWMA 法

張簡彰程、林楚雄、趙婉辛*

摘要

本文提出以誤差修正指數加權移動平均 (bias-corrected exponentially weighted moving average, Bias-corrected EWMA) 模型取代 Harris and Shen (2003) 使用冪指數加權移動平均 (power exponentially weighted moving average, Power EWMA) 模型估計避險比率，其目的除了仍保有指數加權移動平均 (exponentially weighted moving average, EWMA) 模型在動態避險策略上易於估計的優點外，另外可避免使用 Power EWMA 模型時需事前主觀假設資產報酬率的分配型態而可能降低避險的效果。為驗證 Bias-corrected EWMA 模型的避險績效，本文以四種股價指數期貨為實證研究的對象，檢測三個不同研究期間下 Bias-corrected EWMA 模型、EWMA 模型及 Power EWMA 模型的績效。整體而言，實證結果顯示 Bias-corrected EWMA 模型相較於 EWMA 模型與 Power EWMA 模型有較佳的避險績效。

關鍵詞：最適避險比率、誤差修正指數加權移動平均、指數加權移動平均、一般化誤差分配、冪指數加權移動平均

JEL 分類代碼：C13, G11, G15

* 三位作者分別為聯絡作者：林楚雄，國立高雄第一科技大學風險管理與保險系教授，81164 高雄市楠梓區卓越路 2 號，電話：07-6011000 轉 3015，E-mail: chusiung@nkfust.edu.tw。張簡彰程，長榮大學財務金融系助理教授，71101 台南市歸仁區大潭里長榮路一段 396 號，電話：06-2785123 轉 2363，E-mail: changchien@mail.cjcu.edu.tw。趙婉辛，國立高雄第一科技大學財務管理系碩士，81164 高雄市楠梓區卓越路 2 號，電話：07-6011000 轉 4001，E-mail: u9543803@nkfust.edu.tw。非常感謝兩位匿名評審之指正與寶貴意見以及編輯委員之協助。
投稿日期：民國 100 年 3 月 30 日；修訂日期：民國 100 年 6 月 10 日；
接受日期：民國 101 年 2 月 20 日。

1. 前言

近年來，隨著衍生性金融市場快速地成長進而帶動持有金融資產風險大幅的增加。衍生性金融商品市場的參與者、機構投資者或基金經理人最關心的議題主要在於如何確保投資組合的資產價值、減少可能之損失甚至提高投資收益等等，因此良好的避險策略在風險管理上就扮演很重要的角色。期貨是廣泛被用來管理金融風險的工具之一，欲有效運用期貨契約，規避風險性資產組合價值變動所帶來的風險，藉由如何估計最適避險比率 (optimal hedge ratio) 以獲得最佳的避險效果，是研究避險策略的主要課題。避險比率 (hedge ratio) 是指保護現貨市場所暴露之價格風險所需的期貨部位的數量。就避險策略而言，若只依照現貨市場持有部位之大小，於期貨市場進行相同價值之反部位操作，會因為忽略基差風險 (basis risk) 而使得避險效果不彰。因此，理論上要達到較佳的避險效果就必須估計最適的避險比率以及採用動態的避險策略 (Ederington, 1979; Figlewski, 1997; Poomimars et al., 2003)。

過去估計最適避險比率的文獻，常見的有普通最小平方法 (ordinary least squares, OLS)、指數加權移動平均估計式 (exponentially weighted moving average, EWMA) 及一般化自我迴歸條件異質變異數 (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity model, GARCH) 模型等方法。早期學者如 Ederington (1979) 與 Hill and Schneeweis (1981) 等使用 OLS 方法評估期貨的避險績效，但因 OLS 方法假設殘差變異數為固定常數，並不符合金融資產具有異質波動性的特性，因此最近的學者使用 Bollerslev (1986) 提出可以捕捉條件變異數與時改變的 GARCH 模型估計避險比率，以提升避險的績效。例如 Mili and Abid (2004)、Cotter and Hanly (2006)、Lee and Yoder (2007) 與 Ku (2008) 等學者即使用不同類型的 GARCH 模型於外匯期貨避險領域，而 Baillie and Myers (1991)、Myers (1991)、Kroner and Sultan (1993)、Brooks and Chong

(2001)、Poomimars et al. (2003) 與 Choudhry (2004) 等研究則顯示 GARCH 模型相對於 OLS 方法為佳。此外，Brooks et al. (2002)、Meneu and Torro (2003) 與 Miffre (2004) 等學者採用雙變量 GARCH 模型聯立估計條件變異數與條件共變異數方程式以獲取最適的避險比率。Ku et al. (2007) 則使用雙變量動態條件相關 (dynamic conditional correlation GARCH) 避險模型於英鎊與日圓兩種外匯期貨避險上，結果顯示其所使用之模型較能捕捉現貨與期貨間的動態趨勢而能獲得動態最適避險比率。

雖然應用單變量 GARCH 模型或雙變量 GARCH 模型於避險比率的研究，可獲致良好的避險績效，然而相對於單（雙）變量 GARCH 族模型，EWMA 模型除了具有 GARCH 模型捕捉異質波動的特點之外，尚因估計波動時不牽涉到高度非線性參數求解的問題，因而相對 GARCH 模型具有簡單容易操作的優點，只要使用 Excel 試算表就可以輕易估計避險比率。Kuen and Hoong (1992) 比較天真方法 (the naïve method)、EWMA 及 GARCH 等模型在波動性的預測能力，研究指出 EWMA 模型為最佳預測未來波動性的方法，而 GARCH 模型的效果為最差。Kuen and Hoong (1992)、Brooks and Chong (2001)、Guermat and Harris (2002) 與 Harris and Shen (2003) 等研究指出 EWMA 模型較 GARCH 模型易於在動態避險策略上進行估計。EWMA 模型雖然在應用上比單變量或雙變量 GARCH 模型簡易，但 EWMA 模型是一個假設金融資產報酬率為常態分配的波動預測式，不符合金融資產報酬分配呈現高峰厚尾型態 (Bollerslev et al., 1992; Guermat and Harris, 2002)。因此，當使用假設常態分配的 EWMA 模型時，則面臨變異數與避險比率估計的偏誤，進而影響避險的績效。Guermat and Harris (2002) 認為在常態分配的假設下，EWMA 模型的估計式會在極端值上賦與較多的權重，造成變異數估計的偏誤，因此提出包含數種分配型態的一般化誤差分配 (generalized error distribution, GED) 下的 EWMA 估計式，以下稱為冪指數加權移動平均 (power exponentially weighted moving average, Power EWMA) 模型估計式，以解決 EWMA 模型

忽略金融資產報酬厚尾特性的波動估計。Harris and Shen (2003) 利用 Guermat and Harris (2002) 的 Power EWMA 估計式進行避險比率的估計，研究結果證實 Power EWMA 估計式較 EWMA 估計式最大可降低 70% 樣本外最適避險比率的變異數水準，明顯地降低了在動態避險策略下之交易成本。

然而在運用 Power EWMA 估計式時，首先必須決定分配型態參數的大小，亦即資產報酬分配的型態（事實上，當運用 GARCH 模型估計波動時亦必須先決定資產報酬的條件分配）。因此本文提出以誤差修正指數加權移動平均 (bias-corrected exponentially weighted moving average, Bias-corrected EWMA) 模型取代 Harris and Shen (2003) 使用 Power EWMA 模型估計最適避險比率，其目的除了仍保有 EWMA 模型在動態避險策略上易於估計的優點外，另外可避免使用 Power EWMA 模型時需事前主觀假設資產報酬率的分配型態而可能降低避險的效果。為驗證 Bias-corrected EWMA 模型的避險績效，本文以台灣加權股價指數期貨、新加坡摩根台灣股價指數期貨、電子類股指數期貨和金融保險類股指數期貨等四種股價指數期貨為實證研究的對象，本文除了以動態避險的策略以及採樣本外的觀點來進行實證之外，另採用三種不同避險績效衡量之指標與三段樣本期間加以評估。實證結果顯示 Bias-corrected EWMA 模型相較於 EWMA 模型與 Power EWMA 模型，整體而言有較佳的避險績效。

本文其餘內容如下：第 2 節說明研究方法，第 3 節為模型的實證與結果說明，最後一節為結論。

2. 研究方法

本文以投資人建立期貨避險部位以追求最小變異避險比率 (minimum variance hedge ratio) 為基礎，提出以 Bias-corrected EWMA 模型來估計最適避險比率，以下說明 Bias-corrected EWMA 模型如何估計最適避險比率的方法。

2.1 最適避險比率

當投資人利用期貨來規避現貨部位風險時，其目標為決定購買多少數量的期貨部位以獲得最大效用，也就是如何決定最適避險比率的問題。當投資人的效用函數為避險投資組合的平均數與變異數的函數時，若期貨價格服從平賭過程 (martingale process) 以及期貨的平均報酬率為 0，則此時追求效用最大的最適避險比率將等於最小變異數的避險比率 (minimum variance hedge ratio)。

雖然期貨價格過程是否為平賭過程，實證結果仍呈現不一致性 (Cargill and Rausser, 1975; Doukas and Rahman, 1987; Harris and Shen, 2003; Goldenberg, 1988; Taylor, 1985)，然而在估計最適避險比率文獻上大部份皆應用最小變異數的避險比率來當作最適避險比率的估計值，因此本文在估計最適避險比率時，仍遵循目前文獻的做法。以下說明最小變異避險比率 (minimum variance hedge ratio) 的估計。首先假設投資人使用期貨契約建構空頭部位之投資組合來進行避險，而其避險投資組合之報酬率如下：

$$x_t = s_t - hf_t, \quad (1)$$

其中 s_t 為第 t 期的現貨報酬率， f_t 為第 t 期的期貨報酬率， x_t 為第 t 期的避險投資組合報酬率， h 為避險比率。

根據 (1) 式避險投資組合之報酬率，可得到 (2) 式避險投資組合報酬率的變異數如下：

$$\text{Var}(x_t) = \text{Var}(s_t) + h^2 \text{Var}(f_t) - 2h \text{Cov}(s_t, f_t)。 \quad (2)$$

若投資人期望極小化避險投資組合報酬率的變異數，則可對 (2) 式的避險比率 (h) 做一階偏微分並令其為零，而求得最小變異的避險比率如下：

$$\frac{\partial \text{Var}(x_t)}{\partial h} = 2h\text{Var}(f_t) - 2\text{Cov}(s_t, f_t) = 0, \quad (3)$$

$$h^* = \frac{\text{Cov}(s_t, f_t)}{\text{Var}(f_t)} = \frac{\sigma_{sf,t}}{\sigma_{f,t}^2}, \quad (4)$$

其中 h^* 為最小變異的避險比率， $\sigma_{sf,t}$ 為第 t 期現貨和期貨報酬率的共變異數， $\sigma_{f,t}^2$ 為第 t 期期貨報酬率的變異數。由 (4) 式可知，欲求最小變異的避險比率 h^* ，必須估計 $\sigma_{sf,t}$ 以及 $\sigma_{f,t}^2$ 。下一節說明如何利用 Bias-corrected EWMA 估計式來估計 $\sigma_{sf,t}$ 與 $\sigma_{f,t}^2$ 以求得 h^* 。

2.2 Bias-corrected EWMA 估計式

雖然 EWMA 估計法很容易使用，然而因 EWMA 模型是在資產報酬為常態分配的假設下估計波動，不符金融資產報酬具有高狹峰或胖尾的分配 (Baillie and DeGennaro, 1990; Bollerslev et al., 1992; Guermat and Harris, 2002; Harris and Shen, 2004)，而使得 EWMA 模型在估計波動時將會有偏誤並進而影響避險的績效。以下介紹 Bias-corrected EWMA 的波動估計式：

首先，本文遵循一般文獻的假設方式，令第 t 期資產報酬率 r_t 的條件平均數為零，條件變異數為 $\sigma_t^2 = E[r^2 | \Omega_{t-1}]$ ， Ω_{t-1} 為第 $t-1$ 期的資訊集合。由條件變異數的定義，可以獲得下式：

$$r_t^2 = \sigma_t^2 + v_t, \quad (5)$$

上式中 r_t^2 為第 t 期之資產報酬率變異數或實際波動； v_t 為 $E[v | \Omega_{t-1}] = 0$ 的隨機誤差項。此外，可將預測的條件變異數對報酬率變異數的迴歸方程式寫為如下：

$$r_t^2 = a + b\hat{\sigma}_t^2 + v_t, \quad (6)$$

其中， a 、 b 為迴歸模型的估計參數。(6) 式中的 $\hat{\sigma}_t^2$ 為一個不偏的非條件變異數估計式的充要條件必須滿足 $a = (1-b)E(\sigma_t^2) = (1-b)\sigma^2$ ，其中 σ^2 為 r_t 之非條件變異數 (Taylor, 1999)。再者， $\hat{\sigma}_t^2$ 為一個不偏的條件變異數估計式的必要條件則須滿足 $a=0$ 與 $b=1$ 以及 $E[r_t^2 - \hat{\sigma}_t^2 | \Omega_{t-1}] = 0$ 。

事實上，(6) 式常在波動預測模型的文獻中廣泛被用來做為評估一個條件波動模型或是比較波動模型解釋能力的方程式。此外，(6) 式亦常來做為修正條件變異數之預測；例如對於一個波動模型而言，若 $b < 1$ ，平均而言，則顯示此波動模型在高值的預測上容易產生預測過高而低值的估計產生過低的預測情形。若將 (6) 式兩邊同時減去實際條件變異數時，會發現預測誤差與預測值呈反向關係，因此可藉由 (6) 式來調整系統偏誤以改善預測的準確度。

當獲得參數 \hat{a} 及 \hat{b} 的估計值時，則 Bias-corrected EWMA 估計式 $\hat{\hat{\sigma}}_t^2$ 如下：

$$\hat{\hat{\sigma}}_t^2 = \hat{a} + \hat{b}\hat{\sigma}_t^2, \quad (7)$$

其中 $\hat{\sigma}_t^2$ 為條件變異數可由 EWMA 模型所獲得。本文預期 (7) 式偏誤修正後之波動 $\hat{\hat{\sigma}}_t^2$ 估計式會比 $\hat{\sigma}_t^2$ 來得好，其主要原因除了 $\hat{\hat{\sigma}}_t^2$ 利用了與 $\hat{\sigma}_t^2$ 相同的資訊外， $\hat{\hat{\sigma}}_t^2$ 在建構上多考慮了條件與非條件變異數不偏的情況。因此在利用 (7) 式所估計的條件變異數為一個修正偏誤後的條件變異數，因此期望所獲得的避險績效亦會較佳。

其次，為了估計 (4) 式的避險比率，除了利用 (7) 式估計條件變異數之外，尚需估計條件共變異數。其估計條件共變異數的方法說明如下：

假設 $\sigma_{(s+f),t}^2$ 為第 t 期現貨報酬率加期貨報酬率的變異數， $\sigma_{(s-f),t}^2$ 為第 t 期現貨報酬率減期貨報酬率的變異數，則 $\sigma_{(s+f),t}^2$ 與 $\sigma_{(s-f),t}^2$ 可分別表為 (8) 式與 (9) 式：

$$\sigma_{(s+f),t}^2 = \sigma_{s,t}^2 + \sigma_{f,t}^2 + 2\sigma_{sf,t} \quad (8)$$

$$\sigma_{(s-f),t}^2 = \sigma_{s,t}^2 + \sigma_{f,t}^2 - 2\sigma_{sf,t} \quad (9)$$

將 (8) 式減掉 (9) 式後移項並整理，則可得 (10) 式條件共變異數 $\sigma_{sf,t}$ ：

$$\sigma_{sf,t} = \frac{1}{4} [\sigma_{(s+f),t}^2 - \sigma_{(s-f),t}^2] \quad (10)$$

2.3 Power EWMA 模型

Guermat and Harris (2002) 利用一般化誤差分配，推導出 Power EWMA 模型，因此 Power EWMA 模型是建立在一般化誤差分配下，以最概似估計法求得條件變異估計式為基礎，使其估計式可以涵蓋各種分配型態。Power EWMA 估計式修正 EWMA 法未考量金融資產報酬率具高峰厚尾分配的特性，使得 Power EWMA 估計式更能捕捉與時改變的波動行為。一般化誤差分配的機率密度函數如下：

$$f(r, \sigma, \nu) = \frac{\nu \cdot \exp \left[-\left(\frac{1}{2} \right) \left| \frac{r}{\theta \sigma} \right|^\nu \right]}{\theta \cdot 2^{\frac{\nu+1}{\nu}} \Gamma \left(\frac{1}{\nu} \right) \sigma} \quad , \quad 0 < \nu < \infty \quad (11)$$

$$\theta = \left[\frac{2^{-\frac{2}{\nu}} \Gamma \left(\frac{1}{\nu} \right)}{\Gamma \left(\frac{3}{\nu} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 是 GAMMA 函數， ν 是分配參數 (power parameter)。¹ 不

¹ 分配參數又稱尾部厚度參數，當 ν 值不同所對應之波動估計式便不相同，故分配型態亦不同。

同的 ν 值可使不同的分配納為其特殊型態，當 $\nu=1$ 時，為 Laplace 分配；當 $\nu=2$ 時，即為常態分配；若 $\nu < 2$ ，為高峰厚尾分配；若 $\nu > 2$ ，則為低峰瘦尾分配，因此，當 ν 值越小，其尾部呈現愈厚之機率分配。

此外，一般化誤差分配非條件波動性的最大概似估計量之定義如下：

$$\hat{\sigma}^\nu = \frac{\nu \sum_{t=1}^T |r_t|^\nu}{T} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{3}{\nu}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right)} \right]^{\frac{\nu}{2}}, \quad (13)$$

其中 r_t 表示第 t 期之報酬率， T 則為進行估計的樣本數。而與 EWMA 估計式不同於多出調整項 $g(\nu) = \nu \Gamma(3/\nu)^{\nu/2} \Gamma(1/\nu)^{-\nu/2}$ ，且指數次方項亦不同，當 $\nu=2$ 代入 (13) 式，可證明 EWMA 估計式為 Power EWMA 估計式之特例，亦即 EWMA 估計式表示如下：

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum_{t=1}^T |r_t|^2}{T}。 \quad (14)$$

由於短期報酬之平均數通常假設為零（即 $E(r) = 0$ ），因此 (14) 式的 EWMA 估計式即為變異數。若未以衰退因子進行加權，(14) 式即為常態分配之二階動差估計式，因此 EWMA 估計式隱含資產報酬率為常態分配。

若考量時間變動因素，且將 (13) 式改以指數加權平均方式來計算 $\sum_{t=1}^T |r_t|^\nu$ ，其條件波動估計量可寫為：

$$\sigma_t^\nu = \nu \left[\frac{\Gamma\left(\frac{3}{\nu}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right)} \right]^{\frac{\nu}{2}} (1-\lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} |r_{t-i}|^\nu = g(\nu) (1-\lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} |r_{t-i}|^\nu, \quad (15)$$

其中 λ 為衰退因子。² 將 (15) 式以落後期反覆替代 (recursive substitution)，即為 Guermat and Harris (2002) 所推導之 Power EWMA 估計式，其條件波動量表示如下：

$$\begin{aligned}\sigma_t^v &= g(v)(1-\lambda)\left[\lambda^0|r_{t-1}|^v + \lambda^1|r_{t-2}|^v + \lambda^2|r_{t-3}|^v + \dots\right] \\ &= g(v)(1-\lambda)|r_{t-1}|^v + \lambda\left[g(v)(1-\lambda)\sum_{i=2}^{\infty}\lambda^{i-1}|r_{t-i}|^v\right] \\ &= \lambda\sigma_{t-1}^v + g(v)(1-\lambda)|r_{t-1}|^v.\end{aligned}\quad (16)$$

然而，當使用 Power EWMA 估計式時，分配參數之決定非常重要，若以不適切之分配型態假設進行估計，所求算出的最適避險比率將因偏離真實樣本型態過大而導致避險績效不佳。本文在進行 Power EWMA 估計式的實證研究時，採用 Harris and Shen (2003) 的最適分配參數 (v) 的建議值為 1 以求算最適避險比率。當分配參數 (v) 設定為 1 時，其資產報酬型態剛好為 Laplace 分配，其估計式表示如下：

$$\sigma_t^1 = (1-\lambda)\sqrt{2}\sum_{i=1}^{\infty}\lambda^{i-1}|r_{t-i}| = \lambda\sigma_{t-1} + (1-\lambda)\sqrt{2}|r_t|.\quad (17)$$

在運用 Power EWMA 模型估計避險比率時，本文以 (17) 式估計變異數並以 (10) 式估計共變異數。

2.4 避險績效之衡量

在最小變異的避險比率目標下，避險模型績效的衡量主要在計算降低未避險現貨部位的報酬變異程度，若避險模型的避險投資組合報酬率的變異數愈小或是降低未避險投資組合的變異數愈大，則

² 衰退因子為 Power EWMA 模型設定之參數，其表示過去觀察值遞減權重之加權。表示愈久遠的歷史觀察值對當期的變異數影響程度愈小。

避險效果愈佳。本文採用文獻上常使用的避險績效 (Hedging Effectiveness, *HE*)，其定義如下：

$$HE = \frac{\sigma_{un}^2 - \sigma_h^2}{\sigma_{un}^2} = 1 - \frac{\sigma_h^2}{\sigma_{un}^2}, \quad (18)$$

其中 σ_{un}^2 為未避險現貨部位報酬率的變異數； σ_h^2 為避險投貨組合報酬率的變異數。由 (18) 式可知，當 σ_h^2 愈小，則 *HE* 愈大，表示避險績效愈佳。此外，可以證明 (18) 式的 *HE* 等於迴歸模型的判定係數 R^2 (R-squared)，因此當模型的 *HE* 或是 R^2 愈高時，代表其模型的績效愈好。另外，亦可以透過 F 統計量來檢定 σ_{un}^2 與 σ_h^2 是否有顯著的差異。由於 *HE* 剛好等於 R^2 以及可應用 F 統計量檢定變異數下降的顯著程度，因此衡量避險績效的文獻大部份皆以 *HE* 的高低來判斷或是比較模型的優劣。

除了比較各模型 *HE* 的高低之外，本文另外又從避險比率的變異數 (Harris and Shen, 2003) 以及避險比率的平均數兩種觀點來比較模型的避險績效。當避險比率之變異數愈大，則代表避險者重新調整期貨部位的幅度愈大，將影響避險者交易成本之增加，而削減了避險者潛在的利益，因此避險模型所估計的避險比率的變異數愈小，則其避險績效愈佳。其次，當避險模型所估計的平均避險比率愈小，即代表需花費之交易成本愈低，其模型的避險績效亦愈佳。再者，為了強化各模型的實證結果，本文採用三個樣本期間來檢測模型的避險績效是否具有穩健性。

3. 實證研究

3.1 資料來源

本文以四種股價指數期貨，分別為台灣加權股價指數期貨 (Taiwan Stock Index Futures, 商品代號為 TX)、新加坡摩根台灣股

價指數期貨 (Morgan Stanley Capital International Taiwan Stock Index Futures, 商品代號為 SIMEX)、電子類股指數期貨 (Electronic Stock Index Futures, 商品代號為 TE)、金融保險類股指數期貨 (Financial Insurance Index Futures, 商品代號為 TF) 為研究對象, 每個股價指數現貨與指數期貨之收盤價格與近期契約每日結算價格取自台灣經濟新報資料庫及台灣期貨交易所, 台灣加權股價、電子類股、金融保險類股指數現貨和期貨的研究期間皆取自 1999 年 7 月 21 日至 2007 年 8 月 10 日, 分別將此研究期間分成三個部份, 分別為 1999 年 7 月 21 日至 2005 年 6 月 27 日、2000 年 7 月 21 日至 2006 年 7 月 26 日以及 2001 年 7 月 23 日至 2007 年 8 月 10 日, 而摩根台指現貨和期貨研究期間是取自 1999 年 7 月 21 日至 2007 年 8 月 29 日, 同樣將研究期間分成三部份, 每樣本期間皆取 1501 筆資料進行研究。³ 當估計最適避險比率時, 本文將價格取自然對數轉換成日報酬率, 即 $r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$, 其中 r_t 為資產在第 t 期的報酬率, P_t 及 P_{t-1} 則分別為第 t 及 $t-1$ 期資產的收盤價格。在期貨報酬率的計算上為反映現貨價格, 因此修正為 $r_{f,t} = \ln[(P_{f,t} - P_{f,t-1} + P_{s,t-1})/P_{s,t-1}]$ 。

本文在評估模型之避險績效時是以動態避險的策略方式以及採樣本外的觀點 (Benet, 1992) 來進行。本文動態避險策略之估計方式為採移動視窗 (rolling windows) 方式進行各模型的最適避險比率的估計, 亦即以前 n 筆作為估計期 (本文設定 n 為 500 筆) 來預測第 $n+1$ 筆之最適避險比率, 而第 $n+2$ 筆的最適避險比率的估計為原來 n 筆的估計期中增加下一個觀察值與刪去第一個觀察值做為估計期間。換言之, 預測第 501 筆之最適避險比率時, 是以第 1 筆至第 500 筆作為估計期, 而預測第 502 筆之最適避險比率時, 則以第 2 筆至第 501 筆來估計。以此類推反覆每日滾動即可得出每日最適避險比率。

³ 本文在每個研究期間皆為 1500 筆報酬率資料, 因二筆價格資料才能求算出一筆報酬率之資料, 故需 1501 筆價格資料。

3.2 實證結果與分析

3.2.1 基本統計量分析

表 1 為台灣加權股價指數（簡稱台指）、摩根台灣股價指數（簡稱摩根台指）、電子類股指數（簡稱電子類股）、金融保險類股指數（簡稱金融類股）的現貨與期貨報酬率的基本統計量摘要，包括平均數、標準差、偏態係數、峰態係數、Jarque-Bera 統計量等。由表 1 可發現四種指數現貨較指數期貨報酬率的平均數與標準差為小。在 1% 顯著水準下，四種指數現貨和期貨報酬率平均數皆不拒絕等於零的假設。在偏態係數檢定的結果上，期間 1 和期間 2 顯示四種指數現貨與期貨報酬率呈現不偏，但期間 3 則出現台指期貨、台指現貨、摩根台指期貨、金融類股指數期貨以及電子類股指數期貨報酬率顯著左偏的情形。在峰態係數檢定的結果上，則呈現所有的指數現貨與指數期貨的報酬率具有高峰厚尾的分配型態，其中又以指數期貨較指數現貨報酬率的分配更具厚尾之特性。根據表 1 的 Jarque-Bera 統計量的檢定結果，一致性的拒絕所有的指數報酬率分配為常態分配。綜合上述的檢定結果，四種指數現貨及期貨報酬率為具有高峰厚尾非常態的分配，因此使用 Bias-corrected EWMA 模型或是 Power EWMA 模型來捕捉報酬波動之行為相對於假設常態分配的 EWMA 模型更為適切。

3.2.2 實證結果分析

本節除了分析 Bias-corrected EWMA 模型所估計最適避險比率的避險績效外，另外也比較了 EWMA 與 Power EWMA 兩種模型的避險績效。在估計避險比率時，三種模型對於衰退因子的設定上，分別考量了 0.99、0.97 及 0.94 三種。此外 Power EWMA 模型分配參數值 ν 的設定，則採取 Harris and Shen (2003) 研究的結果的建議，採分配參數值 $\nu = 1$ 的設定或是假設報酬率為 Laplace 分配。

表 1 指數現貨與指數期貨報酬率之基本統計量

| 期間 1 | 平均數 | 標準差 | 偏態係數 | 峰態係數 | Jarque-Bera |
|---------------------|---------|--------|-----------|----------|-------------|
| 台指 (TX) | | | | | |
| 指數現貨 | -0.0001 | 0.0169 | 0.0190 | 4.3893** | 120.7257** |
| 指數期貨 | -0.0002 | 0.0194 | -0.0693 | 5.2156** | 308.0044** |
| 摩根台指 (SIMEX) | | | | | |
| 指數現貨 | -0.0002 | 0.0182 | 0.0938 | 4.1729** | 88.1741** |
| 指數期貨 | -0.0002 | 0.0218 | -0.1174 | 6.8399** | 924.9753** |
| 電子類股 (TE) | | | | | |
| 指數現貨 | -0.0002 | 0.0201 | 0.0813 | 3.9597** | 59.2153** |
| 指數期貨 | -0.0002 | 0.0235 | 0.0317 | 4.3897** | 120.9522** |
| 金融類股 (TF) | | | | | |
| 指數現貨 | -0.0001 | 0.0189 | 0.1152 | 4.1267** | 82.6556** |
| 指數期貨 | -0.0001 | 0.0213 | -0.0212 | 4.8146** | 205.9026** |
| 期間 2 | 平均數 | 標準差 | 偏態係數 | 峰態係數 | Jarque-Bera |
| 台指 (TX) | | | | | |
| 指數現貨 | -0.0002 | 0.0159 | -0.0167 | 4.7587** | 193.3788** |
| 指數期貨 | -0.0002 | 0.0182 | -0.1014 | 5.7509** | 475.5220** |
| 摩根台指 (SIMEX) | | | | | |
| 指數現貨 | -0.0002 | 0.0172 | 0.0493 | 3.4873** | 138.8693** |
| 指數期貨 | -0.0002 | 0.0202 | -0.0420 | 6.4837** | 758.9436** |
| 電子類股 (TE) | | | | | |
| 指數現貨 | -0.0003 | 0.0189 | 0.0364 | 4.2967** | 105.4171** |
| 指數期貨 | -0.0003 | 0.0221 | -0.0448 | 4.8960** | 225.1720** |
| 金融類股 (TF) | | | | | |
| 指數現貨 | 0.0000 | 0.0176 | 0.0834 | 4.4916** | 140.7898** |
| 指數期貨 | -0.0000 | 0.0195 | -0.0537 | 5.3928** | 358.5679** |
| 期間 3 | 平均數 | 標準差 | 偏態係數 | 峰態係數 | Jarque-Bera |
| 台指 (TX) | | | | | |
| 指數現貨 | 0.0005 | 0.0139 | -0.1492* | 5.3408** | 348.0169** |
| 指數期貨 | 0.0005 | 0.0159 | -0.2249** | 6.4900** | 773.9226** |
| 摩根台指 (SIMEX) | | | | | |
| 指數現貨 | 0.0004 | 0.0154 | -0.0751 | 4.9911** | 249.1803** |
| 指數期貨 | 0.0004 | 0.0179 | -0.3066** | 7.3469** | 1204.4662** |
| 電子類股 (TE) | | | | | |
| 指數現貨 | 0.0004 | 0.0164 | -0.0911 | 4.7256** | 188.1730** |
| 指數期貨 | 0.0004 | 0.0191 | -0.2218** | 5.6049** | 436.3959** |

表 1 指數現貨與指數期貨報酬率之基本統計量 (續前頁)

| 期間 3 | 平均數 | 標準差 | 偏態係數 | 峰態係數 | Jarque-Bera |
|------------------|--------|--------|-----------|----------|-------------|
| 金融類股 (TF) | | | | | |
| 指數現貨 | 0.0005 | 0.0158 | 0.0202 | 4.9286** | 232.5790** |
| 指數期貨 | 0.0004 | 0.0172 | -0.2580** | 5.2112** | 661.1391** |

資料來源：本研究整理。

說明：1. 期間 1 的研究期間：台指、電子類股、金融類股指數為 1999 年 7 月 21 日至 2005 年 6 月 27 日；摩根台指指數為 1999 年 7 月 21 日至 2005 年 7 月 11 日。期間 2 的研究期間：台指、電子類股、金融類股指數為 2000 年 7 月 21 日至 2006 年 7 月 26 日；摩根台指指數為 2000 年 7 月 21 日至 2006 年 8 月 9 日。期間 3 的研究期間：台指、電子類股、金融類股指數為 2001 年 7 月 23 日至 2007 年 8 月 10 日；摩根台指指數為 2001 年 7 月 23 日至 2007 年 8 月 29 日。

2. ** 與 * 分別代表變數達 1%與 5% 的顯著水準。

表 2 為計算 Bias-corrected EWMA 模型、EWMA 模型及 Power EWMA 三種模型的避險績效值 HE 。表 2 中的數值代表避險與未避險投資組合報酬率的變異數，而括弧中的數字則代表避險投資組合相對於未避險投資組合報酬率變異數降低的比率，其計算方式為： $(\text{避險投資組合報酬率變異數} - \text{避險投資組合報酬率變異數}) \div \text{未避險投資組合報酬率變異數}$ ，若將其數值取正值，則即成為避險績效值 HE 。從表 2 可以獲知在期間 1 中，在 12 次 (4 種指數期貨 \times 3 種衰退因子的設定) HE 的評比上，Bias-corrected EWMA 模型共獲得 10 次最高的 HE 值，其次為 EWMA 模型的 2 次，顯示 Bias-corrected EWMA 模型在期間 1 的避險績效上表現最為優異。期間 2 與期間 3 的 HE 績效評比結果上，顯示三種模型的避險績效差異並不大。在期間 2 中，EWMA 模型共獲得 5 次最高的 HE 值，其次為 Bias-corrected EWMA 模型的 4 次與 Power EWMA 模型的 3 次。在期間 3 中，Power EWMA 模型共獲得 5 次最高的 HE 值，其次為 EWMA 模型的 4 次與 Bias-corrected EWMA 模型的 3 次。

表 3 則為以避險比率的變異數做為評估避險模型的計算結果。表 3 中的數字表示在該研究期間內所估計避險比率的變異數，而括弧內之數值為相對 EWMA 模型的避險比率變異數降低之百分比，

其計算方式為： $(\text{各模型避險比率變異數} - \text{EWMA 模型避險比率變異數}) \div \text{EWMA 模型避險比率變異數}$ 。當括弧的字數為負值時，表示該模型較 EWMA 模型有較小的避險比率變異數而有較好的避險績效。觀察表 3 的計算結果，在 12 次（4 種指數期貨 \times 3 種衰退因子的設定）的避險比率變異數指標的評比上，Bias-corrected EWMA 模型在期間 1 與期間 3 中皆獲得最多次具有最小避險比率變異數。而在研究期間 2 中，Power EWMA 模型共獲得 6 次最小的避險比率變異數，其次為 Bias-corrected EWMA 模型的 4 次與 EWMA 模型的 2 次。

以避險比率的平均數做為避險績效衡量指標的計算結果則整理於表 4。表 4 中的數字表示在該研究期間內所估計的避險比率之平均值，而括弧內之數值為各模型的避險比率平均數較 EWMA 模型的避險比率平均數降低之百分比，其計算方式為： $(\text{各模型避險比率平均} - \text{EWMA 模型避險比率平均數}) \div \text{EWMA 模型避險比率平均數}$ ，當括弧的字數為負時，表示該模型較 EWMA 模型有較小的避險比率平均數而有較好的避險績效。觀察表 4 的比較結果，可發現三個研究期間中，Bias-corrected EWMA 模型表現為最佳：在 12 次的避險比率平均數指標的評比上，研究期間 1 共獲得 12 次最佳的模型，研究期間 2 與研究期間 3 則分別中獲得 11 次與 8 次的最佳模型。

為了實證 Bias-corrected EWMA 模型的避險績效是否優於 Power EWMA 模型與 EWMA 模型，本文在實證研究設計上，採用四種指數期貨與三種研究期間分別從三種評估指標來加以驗證，三種指標評估的結果分別整理於表 2 到表 4。為了更清楚的呈現模型績效的比較結果，本文將表 2 到表 4 三種模型的統計結果彙整於表 5。表 5 中的數字表示該模型在特定指標與特定研究期間下，所獲得最佳模型的次數，例如在 HE 指標與研究期間 1 下，EWMA 模型共獲得 2 次最佳的模型。由表 5 的統計結果，很清楚的呈現在三種評估指標中，Bias-corrected EWMA 模型皆獲得最

多次的最佳模型，尤其在 *HE* 指標與避險比率平均數的指標上，Bias-corrected EWMA 模型得到最佳模型的次數遠高於其他兩個模型，隱含 Bias-corrected EWMA 模型在降低價格風險以及避險成本上優於其他兩個模型。

4. 結論

雖然 Harris and Shen (2003) 利用 Power EWMA 估計式進行避險比率的估計，證實 Power EWMA 估計式較 EWMA 估計式可降低變異數水準，並降低了在動態避險策略下之交易成本。然而在運用 Power EWMA 估計式時，首先必須決定分配型態參數的大小，亦即資產報酬分配的型態。因此本文提出以 Bias-corrected EWMA 模型取代 Harris and Shen (2003) 使用 Power EWMA 模型估計最適避險比率，其目的除了仍保有 EWMA 模型在動態避險策略上易於估計的優點外，另外可避免使用 Power EWMA 模型時需事前主觀假設資產報酬率的分配型態而可能降低避險效果的問題。

在驗證 Bias-corrected EWMA 模型的避險績效時，本文除了以動態避險的策略以及採樣本外的觀點來進行實證之外，另採用三種不同避險績效衡量之指標與三段樣本期間加以評估。實證結果顯示 Bias-corrected EWMA 模型相較於 EWMA 模型與 Power EWMA 模型，整體而言有較佳的避險績效。

表 2 未避險與避險後投資組合之變異數

| 模型 λ | 期間 1 | | | | | 期間 2 | | | | | 期間 3 | | | | | |
|-----------------|--------|------------------|----------------------|---------------------|------------|------------------|----------------------|---------------------|--------|------------------|----------------------|---------------------|--------|------------------|----------------------|---------------------|
| | 避險投資組合 | | | | | 避險投資組合 | | | | | 避險投資組合 | | | | | |
| | 未避險 | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | 未避險 | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | 未避險 | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | 未避險 | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA |
| | | | 台指期貨 (TX) | | | | 台指期貨 (TX) | | | | | 台指期貨 (TX) | | | | 台指期貨 (TX) |
| 0.94 | 0.0002 | 1.8094E-05 | 1.8789E-05 | 1.7807E-05 | 9.2721E-05 | 1.1314E-05 | 1.1748E-05 | 1.1140E-05 | 0.0001 | 8.2572E-06 | 8.3799E-06 | 8.2019E-06 | 0.0001 | 8.2572E-06 | 8.3799E-06 | 8.2019E-06 |
| | (-) | (-88.48%) | (-88.04%) | (-88.66%) | (-) | (-87.80%) | (-87.33%) | (-87.99%) | (-) | (-91.96%) | (-91.85%) | (-92.02%) | (-) | (-91.96%) | (-91.85%) | (-92.02%) |
| 0.97 | 0.0002 | 1.7958E-05 | 1.8335E-05 | 1.7942E-05 | 9.2721E-05 | 1.1218E-05 | 1.1461E-05 | 1.1194E-05 | 0.0001 | 8.1726E-06 | 8.2592E-06 | 8.191E-06 | 0.0001 | 8.1726E-06 | 8.2592E-06 | 8.191E-06 |
| | (-) | (-88.56%) | (-88.32%) | (-88.57%) | (-) | (-87.90%) | (-87.64%) | (-87.93%) | (-) | (-92.05%) | (-91.96%) | (-92.03%) | (-) | (-92.05%) | (-91.96%) | (-92.03%) |
| 0.99 | 0.0002 | 1.7827E-05 | 1.8065E-05 | 1.8160E-05 | 9.2721E-05 | 1.1182E-05 | 1.1264E-05 | 1.1360E-05 | 0.0001 | 8.1609E-06 | 8.1726E-06 | 8.3291E-06 | 0.0001 | 8.1609E-06 | 8.1726E-06 | 8.3291E-06 |
| | (-) | (-88.65%) | (-88.50%) | (-88.44%) | (-) | (-87.94%) | (-87.85%) | (-87.75%) | (-) | (-92.06%) | (-92.05%) | (-91.89%) | (-) | (-92.06%) | (-92.05%) | (-91.89%) |
| | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) |
| 0.94 | 0.0002 | 2.3632E-05 | 2.3921E-05 | 2.2997E-05 | 0.0001 | 1.006E-05 | 1.0081E-05 | 1.1549E-05 | 0.0001 | 1.2948E-05 | 1.2891E-05 | 1.3231E-05 | 0.0001 | 1.2948E-05 | 1.2891E-05 | 1.3231E-05 |
| | (-) | (-86.95%) | (-86.79%) | (-87.30%) | (-) | (-91.20%) | (-91.18%) | (-89.90%) | (-) | (-90.70%) | (-90.74%) | (-90.49%) | (-) | (-90.70%) | (-90.74%) | (-90.49%) |
| 0.97 | 0.0002 | 2.3897E-05 | 2.3493E-05 | 2.2371E-05 | 0.0001 | 1.0091E-05 | 9.9953E-06 | 1.1480E-05 | 0.0001 | 1.2633E-05 | 1.2570E-05 | 1.3145E-05 | 0.0001 | 1.2633E-05 | 1.2570E-05 | 1.3145E-05 |
| | (-) | (-86.80%) | (-87.02%) | (-87.64%) | (-) | (-91.17%) | (-91.25%) | (-89.96%) | (-) | (-90.92%) | (-90.97%) | (-90.55%) | (-) | (-90.92%) | (-90.97%) | (-90.55%) |
| 0.99 | 0.0002 | 2.3522E-05 | 2.3083E-05 | 2.2062E-05 | 0.0001 | 1.019E-05 | 9.9895E-06 | 1.1980E-05 | 0.0001 | 1.2399E-05 | 1.235E-05 | 1.3736E-05 | 0.0001 | 1.2399E-05 | 1.235E-05 | 1.3736E-05 |
| | (-) | (-87.01%) | (-87.25%) | (-87.81%) | (-) | (-91.08%) | (-91.26%) | (-89.52%) | (-) | (-91.09%) | (-91.12%) | (-90.13%) | (-) | (-91.09%) | (-91.12%) | (-90.13%) |

表 2 未避險與避險後投資組合之變異數 (續前頁)

| 模型 λ | 期間 1 | | | 期間 2 | | | 期間 3 | | | | | |
|-----------------|--------|------------------------|---------------------|------------------|------------------------|---------------------|------------------|------------------------|---------------------|------------------|------------------|------------------|
| | 避險投資組合 | | | 避險投資組合 | | | 避險投資組合 | | | | | |
| | 未避險 | Power EWMA ($\nu=1$) | Bias-corrected EWMA | 未避險 | Power EWMA ($\nu=1$) | Bias-corrected EWMA | 未避險 | Power EWMA ($\nu=1$) | Bias-corrected EWMA | | | |
| | | 電子類股指數期貨 (TE) | | | 電子類股指數期貨 (TE) | | | 電子類股指數期貨 (TE) | | | | |
| 0.94 | 0.0002 | 2.8545E-05 | 2.904E-05 | 2.7016E-05 | 0.0002 | 1.4538E-05 | 1.5185E-05 | 1.4578E-05 | 0.0001 | 1.2805E-05 | 1.2797E-05 | 1.2602E-05 |
| | (-) | (-86.06%) | (-85.82%) | (-86.80%) | (-) | (-90.13%) | (-89.70%) | (-90.12%) | (-) | (-91.10%) | (-91.11%) | (-91.24%) |
| 0.97 | 0.0002 | 2.7754E-05 | 2.7875E-05 | 2.7164E-05 | 0.0002 | 1.4407E-05 | 1.4677E-05 | 1.455E-05 | 0.0001 | 1.2558E-05 | 1.2490E-05 | 1.2494E-05 |
| | (-) | (-86.44%) | (-86.38%) | (-86.73%) | (-) | (-90.23%) | (-90.05%) | (-90.13%) | (-) | (-91.27%) | (-91.32%) | (-91.32%) |
| 0.99 | 0.0002 | 2.6928E-05 | 2.7110E-05 | 2.7689E-05 | 0.0002 | 1.4547E-05 | 1.4493E-05 | 1.4806E-05 | 0.0001 | 1.2439E-05 | 1.2363E-05 | 1.2613E-05 |
| | (-) | (-86.85%) | (-86.76%) | (-86.48%) | (-) | (-90.14%) | (-90.17%) | (-89.96%) | (-) | (-91.36%) | (-91.41%) | (-91.24%) |
| | | 金融保險類股指數期貨 (TF) | | | 金融保險類股指數期貨 (TF) | | | 金融保險類股指數期貨 (TF) | | | | |
| 0.94 | 0.0002 | 3.9578E-05 | 4.193E-05 | 3.6350E-05 | 0.0001 | 2.8678E-05 | 3.0393E-05 | 2.6432E-05 | 0.0002 | 1.3527E-05 | 1.4103E-05 | 1.6066E-05 |
| | (-) | (-83.02%) | (-82.01%) | (-84.41%) | (-) | (-76.23%) | (-74.81%) | (-78.10%) | (-) | (-90.71%) | (-90.31%) | (-88.97%) |
| 0.97 | 0.0002 | 3.911E-05 | 4.1392E-05 | 3.5602E-05 | 0.0001 | 2.8345E-05 | 2.9221E-05 | 2.5977E-05 | 0.0002 | 1.3655E-05 | 1.3688E-05 | 1.5929E-05 |
| | (-) | (-83.22%) | (-82.24%) | (-84.73%) | (-) | (-76.51%) | (-75.78%) | (-78.47%) | (-) | (-90.62%) | (-90.60%) | (-89.06%) |
| 0.99 | 0.0002 | 3.7841E-05 | 4.0294E-05 | 3.4441E-05 | 0.0001 | 2.7436E-05 | 2.7798E-05 | 2.8209E-05 | 0.0002 | 1.4229E-05 | 1.3430E-05 | 2.0482E-05 |
| | (-) | (-83.77%) | (-82.72%) | (-85.23%) | (-) | (-77.26%) | (-76.96%) | (-76.62%) | (-) | (-90.23%) | (-90.78%) | (-85.93%) |

資料來源：本研究整理。

註：括號內之數值為避險投資組合相對於未避險投資組合變異數降低之百分比。在特定衰退因子下，三種模型中的最大 HE 值以粗體數值表示。

表 3 避險比率的變異數

| 模型 λ | 期間 1 | | | | | | 期間 2 | | | | | | 期間 3 | | | | | | | | |
|-----------------|----------------|----------------------|---------------------|----------------|----------------------|---------------------|----------------|----------------------|---------------------|----------------|----------------------|---------------------|----------------|----------------------|---------------------|----------------|----------------------|---------------------|----------------|----------|------------------|
| | 未避險 | | | 避險投資組合 | | | 未避險 | | | 避險投資組合 | | | 未避險 | | | 避險投資組合 | | | | | |
| | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | | | |
| | 台指期貨 (TX) | | | 台指期貨 (TX) | | | 台指期貨 (TX) | | | 台指期貨 (TX) | | | 台指期貨 (TX) | | | 台指期貨 (TX) | | | 台指期貨 (TX) | | |
| 0.94 | 0.0064 | 0.0079 | 0.0014 | 0.0068 | 0.0084 | 0.0022 | 0.0068 | 0.0084 | 0.0022 | 0.0030 | 0.0039 | 0.0013 | 0.0030 | 0.0039 | 0.0013 | 0.0030 | 0.0039 | 0.0013 | 0.0030 | 0.0039 | 0.0013 |
| | (-) | (24.77%) | (-77.81%) | (-) | (24.15%) | (-68.08%) | (-) | (24.15%) | (-68.08%) | (-) | (29.69%) | (-58.55%) | (-) | (29.69%) | (-58.55%) | (-) | (29.69%) | (-58.55%) | (-) | (29.69%) | (-58.55%) |
| 0.97 | 0.0025 | 0.0034 | 0.0011 | 0.0030 | 0.0039 | 0.0017 | 0.0030 | 0.0039 | 0.0017 | 0.0017 | 0.0022 | 0.0010 | 0.0017 | 0.0022 | 0.0010 | 0.0017 | 0.0022 | 0.0010 | 0.0017 | 0.0022 | 0.0010 |
| | (-) | (34.90%) | (-58.32%) | (-) | (30.71%) | (-43.39%) | (-) | (30.71%) | (-43.39%) | (-) | (27.99%) | (-44.74%) | (-) | (27.99%) | (-44.74%) | (-) | (27.99%) | (-44.74%) | (-) | (27.99%) | (-44.74%) |
| 0.99 | 0.0004 | 0.0005 | 0.0006 | 0.0008 | 0.0006 | 0.0016 | 0.0008 | 0.0006 | 0.0016 | 0.0005 | 0.0007 | 0.0010 | 0.0005 | 0.0007 | 0.0010 | 0.0005 | 0.0007 | 0.0010 | 0.0005 | 0.0007 | 0.0010 |
| | (-) | (20.80%) | (57.91%) | (-) | (-19.27%) | (98.86%) | (-) | (-19.27%) | (98.86%) | (-) | (26.31%) | (86.81%) | (-) | (26.31%) | (86.81%) | (-) | (26.31%) | (86.81%) | (-) | (26.31%) | (86.81%) |
| | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | |
| 0.94 | 0.0067 | 0.0052 | 0.0040 | 0.0030 | 0.0042 | 0.0044 | 0.0030 | 0.0042 | 0.0044 | 0.0037 | 0.0048 | 0.0030 | 0.0037 | 0.0048 | 0.0030 | 0.0037 | 0.0048 | 0.0030 | 0.0037 | 0.0048 | 0.0030 |
| | (-) | (-22.15%) | (-40.24%) | (-) | (41.05%) | (48.10%) | (-) | (41.05%) | (48.10%) | (-) | (30.45%) | (-17.96%) | (-) | (30.45%) | (-17.96%) | (-) | (30.45%) | (-17.96%) | (-) | (30.45%) | (-17.96%) |
| 0.97 | 0.0044 | 0.0023 | 0.0033 | 0.0011 | 0.0016 | 0.0052 | 0.0011 | 0.0016 | 0.0052 | 0.0019 | 0.0025 | 0.0029 | 0.0019 | 0.0025 | 0.0029 | 0.0019 | 0.0025 | 0.0029 | 0.0019 | 0.0025 | 0.0029 |
| | (-) | (-48.54%) | (-24.55%) | (-) | (47.62%) | (378.75%) | (-) | (47.62%) | (378.75%) | (-) | (32.70%) | (54.47%) | (-) | (32.70%) | (54.47%) | (-) | (32.70%) | (54.47%) | (-) | (32.70%) | (54.47%) |
| 0.99 | 0.0022 | 0.0007 | 0.0037 | 0.0007 | 0.0003 | 0.0076 | 0.0007 | 0.0003 | 0.0076 | 0.0006 | 0.0008 | 0.0063 | 0.0006 | 0.0008 | 0.0063 | 0.0006 | 0.0008 | 0.0063 | 0.0006 | 0.0008 | 0.0063 |
| | (-) | (-67.92%) | (72.14%) | (-) | (-59.09%) | (1048.37%) | (-) | (-59.09%) | (1048.37%) | (-) | (44.05%) | (981.66%) | (-) | (44.05%) | (981.66%) | (-) | (44.05%) | (981.66%) | (-) | (44.05%) | (981.66%) |

表 3 避險比率的變異數 (續前頁)

| 模型 λ | 期間 1 | | | | | | 期間 2 | | | | | | 期間 3 | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|--------------------------|---------------------|--------|--------------------------|---------------------|--------|--------------------------|---------------------|--------|--------------------------|---------------------|--------|--------------------------|---------------------|--------|--------------------------|---------------------|--------|--------|--------|
| | 未避險 | | | 避險投資組合 | | | 未避險 | | | 避險投資組合 | | | 未避險 | | | 避險投資組合 | | | | | |
| | EWMA | Power EWMA ($\nu = 1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($\nu = 1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($\nu = 1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($\nu = 1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($\nu = 1$) | Bias-corrected EWMA | EWMA | Power EWMA ($\nu = 1$) | Bias-corrected EWMA | | | |
| | 電子類股指數期貨 (TE) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.94 | 0.0075 | 0.0066 | 0.0023 | 0.0045 | 0.0058 | 0.0024 | 0.0045 | 0.0058 | 0.0024 | 0.0030 | 0.0055 | 0.0010 | 0.0075 | 0.0066 | 0.0023 | 0.0045 | 0.0058 | 0.0024 | 0.0030 | 0.0055 | 0.0010 |
| | (-) | (-12.33%) | (-69.06%) | (-) | (30.03%) | (-46.65%) | (-) | (30.03%) | (-46.65%) | (-) | (86.36%) | (-67.20%) | 0.0038 | 0.0031 | 0.0026 | 0.0031 | 0.0034 | 0.0027 | 0.0018 | 0.0031 | 0.0009 |
| 0.97 | (-) | (-18.61%) | (-31.48%) | (-) | (10.55%) | (-11.90%) | (-) | (10.55%) | (-11.90%) | (-) | (68.27%) | (-52.37%) | 0.0007 | 0.0007 | 0.0027 | 0.0022 | 0.0020 | 0.0047 | 0.0006 | 0.0010 | 0.0015 |
| | (-) | (-0.07%) | (303.29%) | (-) | (-5.59%) | (119.62%) | (-) | (-5.59%) | (119.62%) | (-) | (80.05%) | (177.58%) | | | | | | | | | |
| | 金融保險類股指數期貨 (TF) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.94 | 0.0259 | 0.0135 | 0.0100 | 0.0287 | 0.0096 | 0.0152 | 0.0287 | 0.0096 | 0.0152 | 0.0066 | 0.0061 | 0.0100 | 0.0183 | 0.0071 | 0.0094 | 0.0280 | 0.0057 | 0.0166 | 0.0086 | 0.0032 | 0.0099 |
| | (-) | (-47.87%) | (-61.36%) | (-) | (-66.75%) | (-47.01%) | (-) | (-66.75%) | (-47.01%) | (-) | (-6.90%) | (52.62%) | 0.0183 | 0.0071 | 0.0094 | 0.0280 | 0.0057 | 0.0166 | 0.0086 | 0.0032 | 0.0099 |
| 0.97 | (-) | (-) | (-61.31%) | (-) | (-48.80%) | (-) | (-) | (-48.80%) | (-) | (-) | (-63.12%) | (14.93%) | 0.0054 | 0.0019 | 0.0085 | 0.0095 | 0.0014 | 0.0229 | 0.0062 | 0.0009 | 0.0167 |
| | (-) | (-64.11%) | (58.46%) | (-) | (-84.94%) | (140.57%) | (-) | (-84.94%) | (140.57%) | (-) | (-85.89%) | (171.95%) | | | | | | | | | |

資料來源：本研究整理。

註：括號內之數值為 (各模型避險比率變異數 - EWMA 模型避險比率變異數) ÷ EWMA 模型避險比率變異數。在特定衰退因子下，三種模型中的最佳模型以粗體數值表示。

表 4 避險比率的平均數

| 模型 λ | 期間 1 | | | | | 期間 2 | | | | | 期間 3 | | | | | |
|-----------------|--------|--------|----------------------|---------------------|-----|--------|----------------------|---------------------|-----|--------|----------------------|---------------------|-----|------|----------------------|---------------------|
| | 避險投資組合 | | | | | 避險投資組合 | | | | | 避險投資組合 | | | | | |
| | 未避險 | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | 未避險 | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | 未避險 | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA | 未避險 | EWMA | Power EWMA ($v=1$) | Bias-corrected EWMA |
| | | | 台指期貨 (TX) | | | | 台指期貨 (TX) | | | | 台指期貨 (TX) | | | | 台指期貨 (TX) | |
| 0.94 | (-) | 0.8645 | 0.8714 | 0.8450 | (-) | 0.8731 | 0.8745 | 0.8540 | (-) | 0.8614 | 0.8445 | 0.8560 | (-) | (-) | 0.8449 | 0.8578 |
| | | (-) | (0.80%) | (-2.26%) | (-) | (-) | (0.15%) | (-2.18%) | (-) | (-) | (-1.96%) | (-0.63%) | (-) | (-) | (-1.82%) | (-0.32%) |
| 0.97 | (-) | 0.8529 | 0.8637 | 0.8399 | (-) | 0.8670 | 0.8709 | 0.8528 | (-) | 0.8605 | 0.8449 | 0.8578 | (-) | (-) | 0.8449 | 0.8578 |
| | | (-) | (1.27%) | (-1.53%) | (-) | (-) | (0.45%) | (-1.63%) | (-) | (-) | (-1.82%) | (-0.32%) | (-) | (-) | (-1.82%) | (-0.32%) |
| 0.99 | (-) | 0.8417 | 0.8601 | 0.8377 | (-) | 0.8527 | 0.8635 | 0.8476 | (-) | 0.8598 | 0.8518 | 0.8626 | (-) | (-) | 0.8518 | 0.8626 |
| | | (-) | (2.19%) | (-0.47%) | (-) | (-) | (1.27%) | (-0.60%) | (-) | (-) | (-0.93%) | (0.33%) | (-) | (-) | (-0.93%) | (0.33%) |
| | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | | | | 摩根台指期貨 (SIMEX) | |
| 0.94 | (-) | 0.8282 | 0.8395 | 0.7692 | (-) | 0.8494 | 0.8468 | 0.7477 | (-) | 0.8260 | 0.8210 | 0.7986 | (-) | (-) | 0.8210 | 0.7986 |
| | | (-) | (1.37%) | (-7.12%) | (-) | (-) | (-0.31%) | (-11.98%) | (-) | (-) | (-0.60%) | (-3.32%) | (-) | (-) | (-0.60%) | (-3.32%) |
| 0.97 | (-) | 0.8186 | 0.8373 | 0.7688 | (-) | 0.8436 | 0.8446 | 0.7560 | (-) | 0.8255 | 0.8191 | 0.8031 | (-) | (-) | 0.8191 | 0.8031 |
| | | (-) | (2.28%) | (-6.08%) | (-) | (-) | (0.12%) | (-10.38%) | (-) | (-) | (-0.77%) | (-2.71%) | (-) | (-) | (-0.77%) | (-2.71%) |
| 0.99 | (-) | 0.8053 | 0.8395 | 0.7732 | (-) | 0.8212 | 0.8380 | 0.7518 | (-) | 0.8272 | 0.8233 | 0.8012 | (-) | (-) | 0.8233 | 0.8012 |
| | | (-) | (4.25%) | (-3.98%) | (-) | (-) | (2.04%) | (-8.45%) | (-) | (-) | (-0.48%) | (-3.15%) | (-) | (-) | (-0.48%) | (-3.15%) |

表 4 避險比率的平均數 (續前頁)

| 模型 λ | 期間 1 | | | | 期間 2 | | | | 期間 3 | | | |
|-----------------|-----------------|------------------------|---------------------------|------------------------|-----------------|------------------------|----------------------------|------------------------|-----------------|------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | 未避險 | | 避險投資組合 | | 未避險 | | 避險投資組合 | | 未避險 | | 避險投資組合 | |
| | EWMA | Power EWMA ($\nu=1$) | Bias-corrected EWMA | Power EWMA ($\nu=1$) | EWMA | Power EWMA ($\nu=1$) | Bias-corrected EWMA | Power EWMA ($\nu=1$) | EWMA | Power EWMA ($\nu=1$) | Bias-corrected EWMA | Power EWMA ($\nu=1$) |
| | 電子類股指數期貨 (TE) | | | | 電子類股指數期貨 (TE) | | | | 電子類股指數期貨 (TE) | | | |
| 0.94 | 0.8333 (-) | 0.8416 (0.98%) | 0.8005 (-3.94%) | 0.8850 (0.59%) | 0.8798 (-) | 0.8850 (0.59%) | 0.8424 (-4.25%) | 0.8733 (0.28%) | 0.8709 (-) | 0.8733 (0.28%) | 0.8650 (-0.68%) | 0.8733 (-0.68%) |
| 0.97 | 0.8192 (-) | 0.8327 (1.64%) | 0.7904 (-3.52%) | 0.8807 (0.99%) | 0.8720 (-) | 0.8807 (0.99%) | 0.8491 (-2.63%) | 0.8743 (0.30%) | 0.8716 (-) | 0.8743 (0.30%) | 0.8705 (-0.12%) | 0.8705 (-0.12%) |
| 0.99 | 0.7991 (-) | 0.8215 (2.80%) | 0.7706 (-3.57%) | 0.8624 (2.30%) | 0.8430 (-) | 0.8624 (2.30%) | 0.8600 (2.01%) | 0.8757 (0.75%) | 0.8692 (-) | 0.8757 (0.75%) | 0.8898 (2.37%) | 0.8898 (2.37%) |
| | 金融保險類股指數期貨 (TF) | | | | 金融保險類股指數期貨 (TF) | | | | 金融保險類股指數期貨 (TF) | | | |
| 0.94 | 0.8632 (-) | 0.9058 (4.93%) | 0.8628 (-0.05%) | 0.8756 (6.15%) | 0.8249 (-) | 0.8756 (6.15%) | 0.7867 (-4.63%) | 0.8794 (0.93%) | 0.8713 (-) | 0.8794 (0.93%) | 0.7778 (-10.73%) | 0.7778 (-10.73%) |
| 0.97 | 0.8579 (-) | 0.9067 (5.68%) | 0.8572 (-0.08%) | 0.8698 (8.67%) | 0.8004 (-) | 0.8698 (8.67%) | 0.7602 (-5.02%) | 0.8751 (2.78%) | 0.8514 (-) | 0.8751 (2.78%) | 0.7673 (-9.87%) | 0.7673 (-9.87%) |
| 0.99 | 0.8696 (-) | 0.9175 (5.51%) | 0.8641 (-0.63%) | 0.8701 (10.51%) | 0.7873 (-) | 0.8701 (10.51%) | 0.6863 (-12.83%) | 0.8695 (6.19%) | 0.8188 (-) | 0.8695 (6.19%) | 0.6793 (-17.04%) | 0.6793 (-17.04%) |

資料來源：本研究整理。

註：括號內之數值為 (各模型避險比率平均數 - EWMA 模型避險比率平均數) ÷ EWMA 模型避險比率平均數。在特定衰退因子下，三種模型中的最佳模型以粗體數值表示。

表 5 最佳模型的次數統計

| | EWMA | Power EWMA ($\nu = 1$) | Bias-corrected EWMA |
|----------|------|--------------------------|---------------------|
| 避險績效評估指標 | | <i>HE</i> | |
| 期間 1 | 2 | 0 | 10 |
| 期間 2 | 5 | 3 | 4 |
| 期間 3 | 4 | 5 | 3 |
| 加總 | 11 | 8 | 17 |
| 避險績效評估指標 | | 避險比率的變異數 | |
| 期間 1 | 1 | 5 | 6 |
| 期間 2 | 2 | 6 | 4 |
| 期間 3 | 4 | 3 | 5 |
| 加總 | 7 | 14 | 15 |
| 避險績效評估指標 | | 避險比率的平均數 | |
| 期間 1 | 0 | 0 | 12 |
| 期間 2 | 1 | 0 | 11 |
| 期間 3 | 1 | 3 | 8 |
| 加總 | 2 | 3 | 31 |

資料來源：本研究整理。

參考文獻

- Baillie, R. T. and R. P. DeGennaro (1990), "Stock Returns and Volatility," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25:2, 203-214.
- Baillie, R. T. and R. J. Myers (1991), "Bivariate GARCH Estimation of Optimal Commodity Futures Hedge," *Journal of Applied Econometrics*, 6:2, 109-124.
- Benet, B. A. (1992), "Hedging Period Length and Ex-Ante Futures Hedging Effectiveness: The Case of Foreign-Exchange Risk Cross Hedges," *The Journal of Futures Markets*, 12:2, 163-175.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 31:3, 307-327.
- Bollerslev, T., R. Y. Chou and K. F. Kroner (1992), "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence," *Journal of Econometrics*, 52:1-2, 5-59.
- Brooks, C. and J. Chong (2001), "The Cross-Currency Hedging Performance of Implied Versus Statistical Forecasting Models," *The Journal of Futures Markets*, 21:11, 1043-1069.
- Brooks, C., O. T. Henry and G. Persaud (2002), "The Effect of Asymmetries on Optimal Hedge Ratios," *The Journal of Business*, 75:2, 333-352.
- Cargill, T. F. and G. C. Rausser (1975), "Temporal Price Behavior in Commodity Futures Markets," *The Journal of Finance*, 30:4, 1043-1053.
- Choudhry, T. (2004), "The Hedging Effectiveness of Constant and Time-Varying Hedge Ratios Using Three Pacific Basin Stock Futures," *International Review of Economics and Finance*, 13:4, 371-385.

- Cotter, J. and J. Hanly (2006), "Reevaluating Hedging Performance," *The Journal of Futures Markets*, 26:7, 677-702.
- Doukas, J. and A. Rahman (1987), "Unit Roots Tests: Evidence from the Foreign Exchange Futures Market," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22:1, 101-108.
- Ederington, L. H. (1979), "The Hedging Performance of the New Futures Markets," *The Journal of Finance*, 34:1, 157-170.
- Figlewski, S. (1997), "Forecasting Volatility," *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 6:1, 1-88.
- Goldenberg, D. H. (1988), "Trading Frictions and Futures Price Movements," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23:4, 465-481.
- Guermat, C. and R. D. F. Harris (2002), "Robust Conditional Variance Estimation and Value-at-Risk," *The Journal of Risk*, 4:2, 25-41.
- Harris, R. D. F. and J. Shen (2003), "Robust Estimation of the Optimal Hedge Ratio," *The Journal of Futures Markets*, 23:8, 799-816.
- Harris, R. D. F. and J. Shen (2004), "Estimation of VaR with Bias-Corrected Forecasts of Conditional Volatility," *The Journal of Derivatives*, 11:4, 10-20.
- Hill, J. and T. Schneeweis (1981), "A Note on the Hedging Effectiveness of Foreign Currency Futures," *The Journal of Futures Markets*, 1:4, 659-664.
- Kroner, K. F. and J. Sultan (1993), "Time Varying Distribution and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28:4, 535-551.
- Ku, Y. H. H. (2008), "Student-t Distribution Based VAR-MGARCH: An Application of the DCC Model on International Portfolio Risk Management," *Applied Economics*, 40:13, 1685-1697.

- Ku, Y. H. H., H. C. Chen and K. H. Chen (2007). "On the Application of the Dynamic Conditional Correlation Model in Estimating Optimal Time-Varying Hedge Ratios," *Applied Economics Letters*, 14:7, 503-509.
- Kuen, T. Y. and T. S. Hoong (1992), "Forecasting Volatility in the Singapore Stock Market," *Asia Pacific Journal of Management*, 9:1, 1-13.
- Lee, H. T. and J. K. Yoder (2007), "A Bivariate Markov Regime Switching GARCH Approach to Estimate Time Varying Minimum Variance Hedge Ratios," *Applied Economics*, 39:10, 1253-1265.
- Menu, V. and H. Torro (2003), "Asymmetric Covariance in Spot-Futures Markets," *The Journal of Futures Markets*, 23:11, 1019-1046.
- Miffre, J. (2004), "Conditional OLS Minimum Variance Hedge Ratios," *The Journal of Futures Markets*, 24:10, 945-964.
- Mili, M. and F. Abid (2004), "Optimal Hedge Ratios Estimates: Static vs Dynamic Hedging," *Finance India*, 18, 655-670.
- Myers, R. J. (1991), "Estimating Time-Varying Optimal Hedge Ratios on Futures Markets," *The Journal of Futures Markets*, 11:1, 39-53.
- Poomimars, P., J. Cadle and M. Theobald (2003), "Futures Hedging Using Dynamic Models of the Variance/Covariance Structure," *The Journal of Futures Markets*, 23:3, 241-260.
- Taylor, J. W. (1999), "Evaluating Volatility and Interval Forecasts," *Journal of Forecasting*, 18:2, 111-128.
- Taylor, S. J. (1985), "The Behaviour of Futures Prices over Time," *Applied Economics*, 17:4, 713-734.

Estimation of Optimal Hedge Ratio for Stock Index Futures: Bias-Corrected EWMA Method

Changchien, Chang-Cheng, Chu-Hsiung Lin
and Wan-Hsin Chao

Abstract

We propose the Bias-corrected EWMA model to estimate optimal hedge ratios for stock index futures. Our proposed method not only retains the easy usage characteristic of the EWMA model on dynamic hedge strategies but also captures the non-normality situations of the returns on assets. Using four stock index futures and three sample periods, we compare the optimal hedge ratios and hedge performances with the Bias-corrected EWMA model, EWMA model and Power EWMA model. Our empirical results show on average that the Bias-corrected EWMA model outperforms the EWMA and Power EWMA models.

Keywords: Optimal Hedge Ratio, Bias-corrected EWMA, Exponentially Weighted Moving Average, Generalized Error Distribution, Power EWMA

JEL Classification: C13, G11, G15

Lin, Chu-Hsiung, Department of Risk Management and Insurance, National Kaohsiung First University of Science and Technology, No. 2, Jhuoyue Rd., Nanzih Dist., Kaohsiung City 81164, Taiwan, R.O.C., Tel: 886-7-6011000 ext. 3015, E-mail: chusiung@nkfust.edu.tw. Chang-Cheng Changchien, Department of Finance, Chang Jung Christian University, No. 396, Sec. 1, Changrong Rd., Gueiren Dist., Tainan City 71101, Taiwan, R.O.C., Tel: 886-6-2785123 ext. 2363, E-mail: changchien@mail.cjcu.edu.tw. Wan-Hsin Chao, Department of Finance, National Kaohsiung First University of Science and Technology, No. 2, Jhuoyue Rd., Nanzih Dist., Kaohsiung City 81164, Taiwan, R.O.C., Tel: 886-7-6011000 ext. 4001, E-mail: u9543803@nkfust.edu.tw.

Received 30 March 2011; revised 10 June 2011; accepted 20 February 2012.